

МЕТОДИКА СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ НА ОСНОВЕ СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

В.Ф. Глазунов, д. т. н., проф.; В.В. Пикунов, к. т. н., доц.; А.А. Репин, магистр

Представлена методика синтеза системы управления, обеспечивающей высокую точность обработки синхронным электроприводом заданных технологических уставок.

При решении задач комплексной автоматизации промышленного производства все более широкое применение получают электроприводы (ЭП) переменного тока, в том числе и на основе синхронных двигателей (СД).

В последнее время в ЭП малой мощности часто применяют СД, в которых для создания поля возбуждения используются постоянные магниты [1]. Постоянное совершенствование современных микропроцессорных средств сделало возможной программную реализацию весьма сложных законов управления ЭП с синхронными двигателями на постоянных магнитах (СДПМ), в частности законов многоканального (векторного) управления. Теория синтеза многоканального управления, снимающая практически все ограничения по размерности управляемого объекта и характеру нелинейных взаимодействий в нем, получила свое продолжение в рамках синергетического подхода [2].

Развитие этого концептуально нового подхода создало реальные предпосылки к разработке и реализации более эффективных законов управления в управляемом ЭП переменного тока для дальнейшего наращивания его качественных характеристик. В этой связи широкое использование СДПМ в ЭП малой мощности обусловило актуальность применения синергетического подхода при синтезе векторных регуляторов для ЭП на базе таких двигателей.

На основе общепринятых допущений и упрощений [3] получим в начале нелинейную математическую модель СДПМ в виде системы дифференциальных уравнений в форме Коши.

В системе координат dq [4], вращающейся вместе с ротором, с учетом уравнений баланса напряжений обмоток статора, уравнений для компонентов вектора потокоцепления обмоток статора и уравнения движения ротора [3] нелинейная модель СДПМ будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d\gamma_{эл}}{dt} = \omega_{эл}; \\ \frac{d\omega_{эл}}{dt} = \frac{3p_n^2(L_d - L_q)}{2J} i_d i_q + \frac{3p_n^2\Psi_{пм}}{2J} i_q - \frac{p_n}{J} M_c; \\ \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} U_d - \frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} i_q \omega_{эл}; \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} U_q - \frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} i_d \omega_{эл} - \frac{\Psi_{пм}}{L_q} \omega_{эл}. \end{cases} \quad (1)$$

где R – активное сопротивление обмотки статора; L_d, L_q – индуктивности обмотки статора по осям d и q; i_d, i_q – компоненты вектора тока статора по

осям d и q; U_d, U_q – компоненты вектора напряжения статора по осям d и q; $\omega_{эл}$ – электрическая скорость вращения ротора; $\gamma_{эл}$ – электрический угол поворота ротора; $\Psi_{пм}$ – потокоцепление постоянных магнитов; p_n – число пар полюсов; J – суммарный момент инерции, приведенный к валу двигателя; M_c – статический момент сопротивления на валу двигателя.

Представим (1) в форме пространства состояний [1]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{G}\vartheta, \quad (2)$$

где $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^4$ – вектор фазовых координат:

$$x_1 = \gamma_{эл}, \quad x_2 = \omega_{эл}, \quad x_3 = i_d, \quad x_4 = i_q;$$

$\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^2$ – вектор управляющих воздействий:

$$u_1 = U_d, \quad u_2 = U_q;$$

$\vartheta = M_c$ – измеряемое возмущение;

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3p_n^2(L_d - L_q)}{2J} x_4 & \frac{3p_n^2\Psi_{пм}}{2J} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L_d} & \frac{L_q}{L_d} x_2 \\ 0 & -\frac{\Psi_{пм}}{L_q} & -\frac{L_d}{L_q} x_2 & -\frac{R}{L_q} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ L_d & 0 \\ 0 & 1 \\ & L_q \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_n \\ J \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Определим далее типы инвариантов, которые должна обрабатывать синтезируемая система управления СДПМ.

Из синергетической теории управления известно, что совокупность критериев управления или набор желаний проектировщика системы принято выражать в виде соответствующей системы инвариантов [2].

СДПМ как объект управления имеет только два управляющих канала, поэтому для него можно задать не более двух инвариантов. Первым определим технологический инвариант, в качестве которого примем стабилизацию частоты вращения вала двигателя

$$\phi_1 = x_2 - x_{20} = 0, \quad (3)$$

где x_{20} – заданная частота вращения вала.

Для обеспечения максимального электромагнитного момента при фиксированном токе статора необходимо, чтобы продольная составляющая тока статора i_d была равна нулю. Исходя из этого, второй (электромагнитный) инвариант будет выглядеть следующим образом:

$$\phi_2 = x_3 = 0. \quad (4)$$

Согласно процедуре аналитического конструирования агрегированных регуляторов [2] для модели (2) вводится вектор агрегированных макропеременных $\Psi^1 \in \mathbb{R}^2$. Очевидно, что на данном этапе синтеза возможно решение задачи выполнения инварианта (4), тогда вектор макропеременных выбираем в следующем виде [1]

$$\Psi^1 = P(x^1 + \phi^1), \quad (5)$$

где $\Psi^1 = [\psi_1^1 \ \psi_2^1]^T$ – вектор макропеременных;

$\phi^1 = [0 \ \phi_2^1]^T$ – вектор внутренних управлений;

$x^1 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$; $P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$ – числовая матрица.

При этом вектор макропеременных (5) должен удовлетворять решению векторного дифференциального уравнения [1]:

$$\dot{\Psi}^1 + \Lambda^1 \Psi^1 = 0, \quad (6)$$

где $\Lambda^1 = \text{diag}(\lambda_1^1, \lambda_2^1)$.

Для обеспечения асимптотической устойчивости решения уравнения (6) необходимо выполнение следующего условия [1]:

$$\lambda_1^1, \lambda_2^1 > 0,$$

По окончании переходных процессов $\Psi^1 = 0$, скорость протекания которых обуславливается величинами λ_1^1 и λ_2^1 , происходит динамическая декомпозиция замкнутой системы [1]. Тогда движение изображающей точки замкнутой системы управления СДПМ будет описываться нелинейным векторным дифференциальным уравнением второго порядка

$$\dot{\bar{x}}^1 = \tilde{A}^1 \bar{x}^1 + \tilde{B}^1(x) \phi_2^1 - \tilde{G}^1 \vartheta, \quad (7)$$

где $\bar{x}^1 = [x_1 \ x_2]^T$ – декомпозированный вектор состояния;

$$\tilde{A}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \tilde{B}^1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3\rho_n^2(L_d - L_q)}{2J} \end{bmatrix}; \tilde{G}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_n \end{bmatrix}.$$

На следующем этапе синтеза для системы (7) вводится макропеременная [1]

$$\Psi_1^2 = x_2 - x_{20}, \quad (8)$$

которая должна удовлетворять решению дифференциального уравнения

$$\dot{\Psi}_1^2 + \lambda_1^2 \Psi_1^2 = 0, \quad (9)$$

где $\lambda_1^2 > 0$ обеспечивает асимптотически устойчивое решение уравнения (9).

Очевидно, что решением дифференциального уравнения является $\Psi_1^2 = 0$, из чего следует, что в замкнутой системе при попадании изображающей точки в окрестность многообразия $\Psi_1^2 = 0$ будет выполняться технологический инвариант (3).

Из совместного решения (7) – (9) определим внутреннее управление:

$$\phi_2^1 = \frac{2\lambda_1^2 J}{3\rho_n^2 \Psi_{\text{пм}}} (x_2 - x_{20}) - \frac{2}{3\rho_n \Psi_{\text{пм}}} \vartheta. \quad (10)$$

Далее, совместно решая (2), (5) и (6) с учетом (10), определим элементы вектора управляющего воздействия:

$$u = -(\mathbf{B}^1)^{-1} \left[\mathbf{A}^1(x) x + \frac{d\phi^1}{dt} + \mathbf{P}^{-1} \Lambda^1 \Psi^1 \right], \quad (11)$$

где

$$\mathbf{A}^1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{R}{L_d} & \frac{L_q}{L_d} x_2 \\ 0 & -\frac{\Psi_{\text{пм}}}{L_q} & -\frac{L_d}{L_q} x_2 & -\frac{R}{L_q} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}^1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}.$$

Представим (11) после некоторых преобразований в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} U_d = Ri_d - L_q i_q \omega_{\text{эл}} - L_d (\varepsilon_{11} i_d + \varepsilon_{12} i_q) - \\ - L_d \varepsilon_{12} \left[\frac{2\lambda_1^2 J}{3\rho_n^2 \Psi_{\text{пм}}} (\omega_{\text{эл}} - \omega_{z\text{эл}}) - \frac{2}{3\rho_n \Psi_{\text{пм}}} \right]; \\ U_q = \Psi_{\text{пм}} \omega_{\text{эл}} + L_d i_d \omega_{\text{эл}} + Ri_q - \\ - L_q (\varepsilon_{21} i_d + \varepsilon_{22} i_q) - \\ - L_q \varepsilon_{22} \left[\frac{2\lambda_1^2 J}{3\rho_n^2 \Psi_{\text{пм}}} (\omega_{\text{эл}} - \omega_{z\text{эл}}) - \frac{2}{3\rho_n \Psi_{\text{пм}}} \right] - \\ - L_q \frac{d}{dt} \left[\frac{2\lambda_1^2 J}{3\rho_n^2 \Psi_{\text{пм}}} (\omega_{\text{эл}} - \omega_{z\text{эл}}) - \frac{2}{3\rho_n \Psi_{\text{пм}}} \right], \end{cases} \quad (12)$$

где $\omega_{z\text{эл}}$ – заданная величина электрической скорости ротора СДПМ;

$$\varepsilon_{11} = \frac{\rho_{11} \rho_{22} \lambda_1^1 - \rho_{12} \rho_{21} \lambda_2^1}{\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12} \rho_{21}}; \varepsilon_{12} = \frac{\rho_{12} \rho_{22} (\lambda_1^1 - \lambda_2^1)}{\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12} \rho_{21}};$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\rho_{11} \rho_{21} (\lambda_1^1 - \lambda_2^1)}{\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12} \rho_{21}}; \varepsilon_{22} = -\frac{\rho_{12} \rho_{21} \lambda_1^1 - \rho_{11} \rho_{22} \lambda_2^1}{\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12} \rho_{21}}.$$

Уравнения (12), по сути, и являются искомыми уравнениями нелинейного векторного регулятора, который должен обеспечивать требуемое качество переходных процессов и выполнение СДПМ (1) введенных инвариантов (3) и (4).

При выводе векторных законов управления (12) информация о возмущении \mathfrak{G} (2), фактически представляющем собой момент нагрузки M_c на валу двигателя, полагалась заранее известной. Однако очевидно, что в реальных условиях сколько-нибудь точное прямое измерение момента нагрузки практически невозможно. Это обуславливает необходимость постановки задачи о косвенной оценке M_c .

Метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов, являющийся основой теории синергетического управления, позволяет осуществлять идентификацию координат объекта управления при помощи асимптотических наблюдателей состояния и воздействий [2].

В первую очередь для построения наблюдателя M_c необходимо расширить исходное математическое описание объекта управления, дополнив его уравнениями, описывающими реальные возмущения как частные решения некоторых дифференциальных уравнений [2].

Для нашего случая правомерно принять на интервале наблюдения момент нагрузки постоянным. Тогда расширенная система уравнений СДПМ будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{d\gamma_{\text{эл}}}{dt} = \omega_{\text{эл}}; \\ \frac{d\omega_{\text{эл}}}{dt} = \frac{3\rho_n^2(L_d - L_q)}{2J} i_d i_q + \frac{3\rho_n^2\Psi_{\text{пм}}}{2J} i_q - \frac{\rho_n}{J} M_c; \\ \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} U_d - \frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} i_q \omega_{\text{эл}}; \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} U_q - \frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} i_d \omega_{\text{эл}} - \frac{\Psi_{\text{пм}}}{L_q} \omega_{\text{эл}}; \\ \frac{dM_c}{dt} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Представим (13) в виде [2]

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}); \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{h}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}), \end{cases} \quad (14)$$

где \mathbf{y} – вектор измеряемых координат объекта; \mathbf{v} – вектор неизменяемых координат объекта; \mathbf{u} – вектор управления; $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u})$, $\mathbf{h}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u})$ – непрерывные нелинейные функции.

Задача синтеза наблюдателя заключается в построении асимптотической оценки вектора \mathbf{v} по измеряемым значениям вектора \mathbf{y} и известному, как функции времени, вектору \mathbf{u} [2].

Для рассматриваемого здесь случая с учетом векторно-матричной модели СДПМ (2) очевидно, что

$$\begin{cases} \mathbf{y} = \mathbf{x}; \\ \mathbf{v} = \mathfrak{G}; \\ \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{G}\mathfrak{G}; \\ \mathbf{h}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} - \mathbf{H}\mathfrak{G}, \end{cases} \quad (15)$$

где $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$; $\mathbf{D} = [0 \ 0]$; $\mathbf{H} = 0$.

Предположим, что для заданных функций $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u})$ и $\mathbf{h}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u})$ найдутся такие векторы $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}, \mathbf{v})$, $\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, \mathbf{u})$ и матрицы $\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y})$, $\mathbf{L}(\mathbf{y})$, что окажется выполненным равенство [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) + \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{v}} \mathbf{h}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) - \mathbf{L}(\mathbf{y}) \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}, \mathbf{v}) = \\ = \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y}) \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) + \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, \mathbf{u}). \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда задача синтеза наблюдателя сводится к нахождению функций $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}, \mathbf{v})$, $\mathbf{L}(\mathbf{y})$, $\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y})$ и $\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, \mathbf{u})$, удовлетворяющих соотношению (16), подстановка которых в приведенные ниже уравнения наблюдателя обеспечит требуемую идентификацию вектора \mathbf{v} .

Уравнения наблюдателя приведем без вывода [2]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{L}(\mathbf{y})\mathbf{z} - \mathbf{L}(\mathbf{y}) \int_0^{\mathbf{y}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} - \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, \mathbf{u}); \\ \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{v}}) = \int_0^{\mathbf{y}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} - \mathbf{z}, \end{cases} \quad (17)$$

где $\hat{\mathbf{v}}$ – асимптотическая оценка вектора неизменяемых координат \mathbf{v} объекта.

С учетом (15) уравнение (16) в нашем случае примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{y}} [\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{G}\mathfrak{G}] - \mathbf{L}(\mathbf{y}) \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}, \mathbf{v}) = \\ = \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y}) [\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{G}\mathfrak{G}] + \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, \mathbf{u}). \end{aligned} \quad (18)$$

Нетрудно проверить, что функции

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}, \mathbf{v}) = \mathfrak{G}, \quad \mathbf{L}(\mathbf{y}) = -\frac{\rho_n}{J}, \quad \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{y}) = [0 \ -1 \ 0 \ 0],$$

$$\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{y}, \mathbf{u}) = \frac{3\rho_n^2(L_d - L_q)}{2J} y_3 y_4 + \frac{3\rho_n^2\Psi_{\text{пм}}}{2J} y_4$$

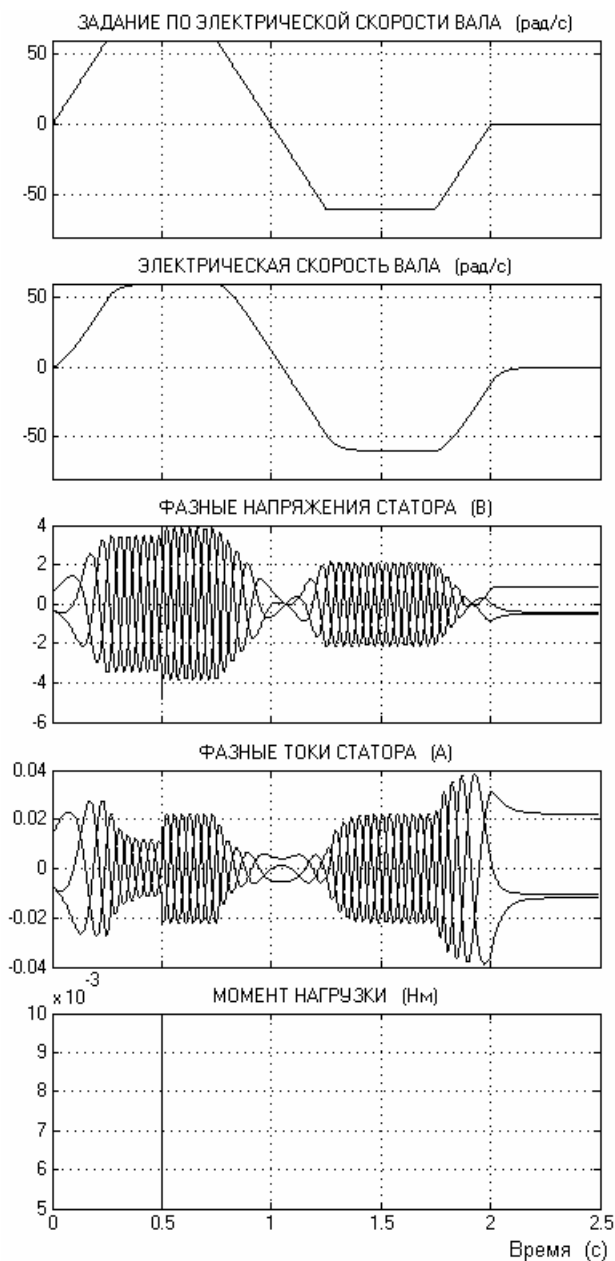
удовлетворяют (18). Поэтому уравнения наблюдателя, согласно (17), в обозначениях, введенных для систем уравнений СДПМ (2) и (13), после некоторых преобразований будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = -\frac{\rho_n}{J} \left[\mathbf{z} + \omega_{\text{эл}} + \frac{3\rho_n(L_d - L_q)}{2} i_d i_q + \right. \\ \left. + \frac{3\rho_n\Psi_{\text{пм}}}{2} i_q \right]; \\ \hat{M}_c = -\omega_{\text{эл}} - \mathbf{z}, \end{cases} \quad (19)$$

где \hat{M}_c – искомая асимптотическая оценка момента нагрузки на валу СДПМ.

Очевидно, что совокупность систем уравнений (1), (12) и (19) представляет собой полную нелинейную динамическую модель замкнутой синергетической системы управления СДПМ.

Результаты расчета динамических характеристик разработанной модели, полученные в среде Simulink MATLAB 6.5, представлены на рисунке.



Результаты расчета динамических характеристик математической модели электропривода

Расчет проводился при следующих параметрах СДПМ, системы управления и нагрузки:

$$\begin{aligned}
 R &= 39,81 \text{ (Ом)}; & \lambda_1^1 &= 30; \\
 L_d &= 7,757 \text{ (мГн)}; & \lambda_2^1 &= 40; \\
 L_q &= 6,5 \text{ (мГн)}; & \lambda_1^2 &= 20; \\
 \Psi_{\text{пм}} &= 0,061 \text{ (Вб)}; & \rho_{11} &= 1; \\
 \rho_{\text{п}} &= 4; & \rho_{12} &= 3; \\
 J &= 1,247 \cdot 10^{-4} \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}; & \rho_{21} &= 3; \\
 M_c &= 0,01 \text{ (Н} \cdot \text{м)}; & \rho_{22} &= 1.
 \end{aligned}$$

Выводы

- 1) Синтезированная синергетическая система управления синхронным двигателем удовлетворяет введенным инвариантам и с высокой точностью обрабатывает заданные технологические уставки.
- 2) Принцип управления, совмещенный с идентификацией, позволяет обеспечить астатизм по скорости электродвигателя, то есть практически полную инвариантность к возмущениям нагрузки на его валу.
- 3) Синергетический подход, в отличие от классических методов теории управления, позволяет осуществлять высокоэффективное, «не силовое» управление, согласующееся с существенно нелинейной и многосвязной структурой синхронного электропривода.

Список литературы

1. Синергетическое управление нелинейными электромеханическими системами / А.А. Колесников, Г.Е. Веселов, А.Н. Попов и др. – М.: Фирма «Испо-Сервис», 2000. – 248 с.
2. Колесников А.А. Основы теории синергетического управления. – М.: Фирма «Испо-Сервис», 2000. – 264 с.
3. Глазунов В.Ф., Пикунов В.В., Митрофанов А.С. Математическая модель синхронного двигателя с постоянными магнитами на роторе: Межвуз. сб. науч. тр. Вып. 6 / Под ред. А.С. Карандаева, К.Э. Одинцова. – Магнитогорск: МГТУ, 2002. – С. 40–48.
4. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: учеб. для вузов по спец. «Электромеханика». – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1994. – 318 с.