© «Вестник ИГЭУ» Вып. 4 2005 г.

УДК 519.876.5

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ИНТЕРВАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРУБОПРОВОДНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ

КАРПОВ М.А. - аспирант, КОКИН В.М. - канд. техн. наук

Рассмотрены принципы построения систем математического моделирования инженерных сетей, учитывающих факторы неопределенности, представленные в интервальной форме. Описаны подходы к анализу полученных интервальных математических моделей и приведены результаты тестирования программной реализации данных методов.

Введение. Инженерные сети относятся к классу непрерывно развивающихся во времени и пространстве систем. Постоянное изменение числа потребителей, их параметров, состояния каналов передачи продуктов и их наличие в источниках непрерывно изменяет условия функционирования инженерной сети. Поэтому при разработке, запуске и управлении инженерными сетями возникает необходимость моделирования процессов, происходящих в инженерной сети при тех или иных режимах ее работы.

При этом процесс моделирования сопровождается, с одной стороны, трудностями, вызванными нехваткой, или неполнотой, или неполной определенностью информации, с другой стороны, – вычислительными трудностями, порождаемыми огромными информационными объемами, неточностью применяемых моделей и методов.

Неопределенность является неотъемлемой частью процесса моделирования. Для описания факторов неопределенности могут быть использованы различные формы: стохастическая, статистическая, интервальная, нечеткая.

Интервальное представление факторов неопределённости - наименее обусловленное (ограничительное) и отвечающее широкому классу задач, поскольку во многих прикладных задачах часто нет оснований или недостаточно информации для того, чтобы рассматривать эти факторы как случайные, т.е. подчиняющиеся теоретико-вероятностным моделям. Более того, описание неопределенности в виде интервалов позволяет исследовать содержательные модели, которые основываются на наиболее скудных априорных допущениях о характере неопределённости, когда относительно рассматриваемых величин ничего не известно, кроме их свойства принимать значения из заданных ограниченных множеств.

Возможность формального оперирования с интервалами на этапе формализации модели как с обычными переменными позволяет легко строить модели сколь угодно сложной структуры. В конечном счете, это преимущество интервального моделирования вытекает из возможности прямой реализации арифметических операций на интервалах, в то время как многочисленные попытки определить такие операции для параметров, заданных своими частотными распределениями, не привели к успешным результатам. Следует также отметить, что для вещественной рациональной функции *n* вещественных переменных легко строится естественное интервальное расширение [2]. Оно получается, если все вещественные переменные заменить соответствующими интервальными, а вещественные арифметические операции – интервально-арифметическими.

Кроме того, интервальная арифметика обладает важным свойством, таким как монотонность по включению, т.е. в процессе вычислений значение может становиться только более точным, гарантируя монотонность вывода.

В то же время инженерные сети (как и многие технические объекты) при моделировании могут быть представлены совокупностью зависимостей и ограничений. А задача моделирования транспортировки продукта по инженерной сети легко может быть сформулирована как задача в ограничениях. В этом случае интервал может выступать в качестве ограничения на вычисляемое значение.

С учетом отмеченных особенностей предпочтительным выглядит применение интервальной формы описания так называемых ограниченных по амплитуде неопределённостей. Степень неопределенности будем определять через ширину интервалов.

Дадим определение вещественного интервала. Пусть R – множество всех вещественных чисел. Под интервалом $[a,b], a \le b$ понимается замкнутое ограниченное подмножество R вида

$$[a,b] = \{x \mid x \in R \wedge a \le x \le b\}.$$

Под интервальной математической моделью будем понимать модель с параметрами, заданными интервалами значений. Подобного рода ситуации, когда исходные параметры представлены как интервалы, типичны для моделирования технических систем, где измерениям принципиально присуща некоторая погрешность, которую требуется учитывать в дальнейших расчетах, в том числе в расчетах искомых значений непосредственно неизмеримых величин.

Постановка задачи. Под инженерной сетью принято понимать некоторый сложный технический комплекс, распределенный по некоторой территории, предназначенный для подачи продукта, энергии или данных от источников к потребителям либо для оказания иных услуг. В данной работе рассматриваются трубопроводные инженерные сети, основным назначением которых являются транспортировка и распределение между потребителями жидких или газообразных продуктов в виде потоков, формируемых под воздействием разности давлений активных элементов.

С точки зрения современной теории систем инженерные сети можно представить в виде сложной системы взаимодействия большого числа подсистем (элементов). Каждая подсистема характеризуется двумя переменными величинами (расходом и напором) и рядом параметров. Значения этих переменных во всех подсистемах сети определяют потокораспределение в этой сети и определяются структурой сети и параметрами ее элементов.

Для большинства проектируемых инженерных сетей переходные процессы носят асимптотически устойчивый характер, т.е. при $t \to \infty$ объект переходит в определенное устойчивое состояние. В этом случае можно говорить об установившемся потокораспределении в инженерной сети (статическом режиме), которое, по сути, является базовым в задачах проектирования, эксплуатации и развития инженерных сетей.

Математическая модель установившегося потокораспределения базируется на следующих предпосылках:

1) структура инженерной сети представляет собой граф, отражающий характер связи между подсистемами сети;

2) общий поток целевой продукции, подаваемый в сеть источниками, равен общему расходу потребителей;

3) в сети имеют место законы Кирхгофа: сумма расходов в любом узле сети равна нулю; сумма потерь напора по любому замкнутому циклу равна нулю.

Исходными для формирования математической модели являются:

- компонентные уравнения математических моделей элементов (уравнения падения напора)

$$F_K(dV/dt, V, t) = 0\ ;$$

- топологические уравнения, описывающие взаимосвязи в составе моделируемой системы (выражают законы Кирхгофа),

$$F_T(V) = 0,$$

где $V = (v_1, v_2, ..., v_n)$ — вектор фазовых переменных (расходы и напоры), t — время.

Так как в статическом режиме производные фазовых переменных по времени равны *0* и отсутствуют меняющиеся во времени внешние воздействия, анализ установившегося потокораспределения, сводится к решению системы алгебраических уравнений общего вида

$$F(V) = 0\ .$$

В общем случае эта система нелинейна, следовательно, аналитическое решение возможно только в частных случаях.

Особенность ситуации, с которой мы будем иметь дело, заключается в том, что переменные и параметры системы не являются заданными точно. Для них будут известны только интервалы, в пределах которых могут находиться их значения. В этом случае мы будем говорить, что задана интервальная система уравнений

$$F(a, x) = b\ , \qquad (1)$$

с интервальными параметрами $a = (a_1, a_2, \ldots, a_l)^T \in IR^l$ и $b = (b_1, b_2, \ldots, b_m)^T \in IR^m$. Но необходимо подчеркнуть, что интервальную систему (1) саму по себе следует понимать лишь как формальную запись, обозначающую семейство точечных систем *F(a,x) = b* с коэффициентами, принадлежащими соответствующим интервалам, не более.

Ниже представлены два подхода к анализу интервальных математических моделей: на основе традиционной алгоритмической парадигмы и на основе метода недоопределенных моделей.

Первый подход получил название **интервальный анализ**. Интервальный анализ и интервальные методы первоначально возникли как средство автоматического контроля ошибок округлений при счёте на ЭВМ с конечной точностью представления чисел (конечной разрядной сеткой). После опубликования в 1966 г. пионерской работы Р. Е. Мура [13] интервальный анализ интенсивно развивался и на протяжении ряда лет этот акцент в развитии интервального анализа был доминирующим.

Однако идеи, положенные в основу нового научного направления, оказались гораздо шире чисто "округленческих" приложений. Интервальные подходы и модели получают чрезвычайно плодотворное применение как средство для исследования ограниченных по амплитуде неопределённостей (соответствующие английские термины - bounded disturbances, bounded error approach, bounded parameter model и т.п.). Большой вклад в развитие этого направления в 80-е гг. XX в. внесли Ю. И. Шокин и его ученики [2, 9]. Интервальный анализ позволяет навести математическую строгость в построении численных алгоритмов, которые традиционно основывались на аппроксимации точного значения одним "достаточно близким" к нему приближением. За счет обобщения понятия вещественного числа к понятию интервального числа, для этих методов даются гарантированные двусторонние аппроксимации искомых решений, имеющие смысл наихудшего случая с точки зрения описания неопределенностей [1].

Решение системы уравнений, данные для которых могут меняться в некотором интервале, является задачей оценивания области значений функций. В современном интервальном анализе наиболее часто встречающимися способами оценивания являются:

- внешнее интервальное оценивание, когда имеется брус $E \in IR^n$, объемлющий множество решений σ, т.е. такой, что $E \supseteq \sigma$ (рис. 1);
- внутреннее интервальное оценивание, когда ищется брус $E \in IR^n$, содержащийся во множестве решений σ, т.е. такой, что $E \subseteq \sigma$. (рис.2) (важно в тех случаях, когда ответ к задаче, т.е. оценивающее множество, должен состоять лишь из точек, для которых справедливо определяющее условие).

Предметом нашего исследования является задача внешнего интервального оценивания, т.е. вычисление объемлющего множества, включающего объединенное множество решений интервальной системы уравнений.

Задача внешнего оценивания объединенного множества решений интервальных систем является одной из классических постановок, с которых начинался интервальный анализ в начале 60-х годов прошлого века. Построение объемлющих множеств производится с помощью итерационной процедуры, которая выполняется таким образом, что сохраняются основные свойства решения, такие, как монотонность последовательности включений или сходимость.

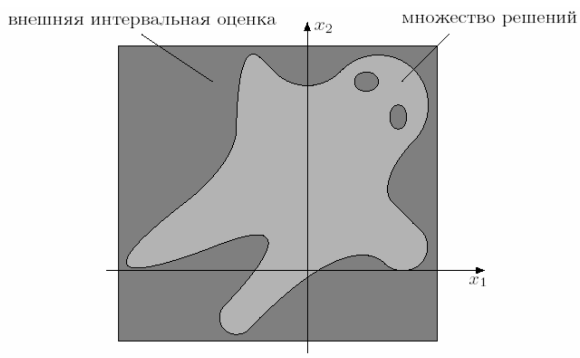

Рис. 1. Внешнее интервальное оценивание множеств решений.

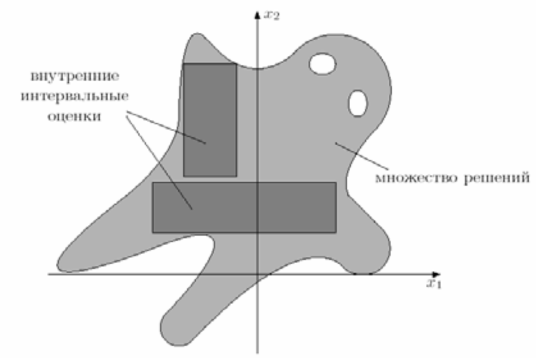

Рис. 2. Внутреннее интервальное оценивание множеств решений.

Из разработанных к настоящему моменту численных методов для внешнего оценивания объединенного множества решений интервальных систем нелинейных уравнений были выбраны четыре метода ньютоновского типа [2, 10, 14]:

- метод Ньютона с интервальной арифметикой;
- интервальный оператор Ньютона;
- интервальный оператор Кравчика;
- интервальный оператор Хансена.

Прежде чем дать характеристику указанным методам, введем систему обозначений:

k – номер итерации;

x – интервальный вектор-решение системы;

$\tilde{x}$ – вектор точек, принадлежащих интервалам вектора x (обычно середина – *median*(*x*));

I – единичная матрица;

F – вектор-функция, представляющая систему нелинейных уравнений;

J – якобиан;

C – предобуславливающая матрица (обычно равна $(median(J))^{-1}$).

1. **Метод Ньютона с интервальной арифметикой.**

Является интервальным расширением простого (вещественного) метода Ньютона для систем нелинейных уравнений.

Итерационный процесс:

- решается система линейных уравнений $J(x^{<k>}) \times \Delta P = -F(x^{<k>})$ относительно ΔP;
- $x^{<k+1>} = x^{<k>} + \Delta P$.

2. **Интервальный оператор Ньютона**

Итерационный процесс:

- $N(x^{<k>}, \tilde{x}^{<k>}) = \tilde{x}^{<k>} - J^{-1}(x^{<k>}) \times F(\tilde{x}^{<k>})$ (в основе решение интервальной системы линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ));
- $x^{<k+1>} N(x^{<k>}, \tilde{x}^{<k>}) \cap x^{<k>}$.

3. **Интервальный оператор Кравчика.**

В задаче внешнего интервального оценивания объединенного множества решений улучшение свойств матрицы системы обычно достигается с помощью так называемого предобуславливания – одновременного домножения матрицы и вектора правой части слева на некоторую точечную матрицу $\Lambda \in R^{nxn}$, так что вместо исходной системы $Ax = b$ мы получаем предобусловленную интервальную систему $(\Lambda A)x = \Lambda b$, объединенное множество решений которой не уже, чем для исходной системы. Этот прием используется в методе Кравчика.

Оператор Кравчика – это не что иное, как централизованная форма интервального расширения отображения $\Phi(x) = x - \Lambda F(x)$, возникающего в правой части системы уравнений после ее приведения к рекуррентному виду

$$x = \Phi(x).$$

Итерационный процесс:

- $K(x^{<k>}, \tilde{x}^{<k>}) = \tilde{x}^{<k>} - C \times F(\tilde{x}^{<k>}) - (C \times J(x^{<k>}) - I) * (x^{<k>} - \tilde{x}^{<k>})$;
- $x^{<k+1>} = K(x^{<k>}, \tilde{x}^{<k>}) \cap x^{<k>}$.

4. **Интервальный оператор Хансена**

Крупным недостатком интервального метода Ньютона является его неспособность обрабатывать ситуации, в которых интервальная матрица Лившица содержит особенные вещественные матрицы, и поэтому множество решений интервальной линейной системы неограничено. Излагаемый ниже метод Хансена отчасти исправляет этот недостаток. Он основывается на том наблюдении, что нас, в действительности, интересует не все множество решений вспомогательной ИСЛАУ, а только та его часть, которая ограничена исходным брусом *x*. Таким образом, для осуществления одного шага многомерного интервального метода Ньютона нужна не полноценная процедура внешнего оценивания множества решений ИСЛАУ, а лишь локальный решатель. В качестве такого решателя Э. Хансеном было предложено использовать интервальный метод Гаусса-Зейделя, примененный к системе, возможно, после предобуславливания ее некоторой матрицей $\Lambda \in R^{n \times n}$.

Итерационный процесс:

- $M = C \times J(x^{<k>})$;
- $b = C \times F(\tilde{x}^{<k>})$;
- цикл по i = [1..n], где n – число неизвестных:
  - $$H(x^{<k>}, \tilde{x}^{<k>})_i = \tilde{x}_i^{<k>} - \frac{b_i + \sum_{j=1}^{i-1}(M_{ij} * (x_j^{<k+1>} - \tilde{x}_j^{<k+1>}))}{M_{ii}} + \frac{\sum_{j=i+1}^{n}(M_{ij} * (x_j^{<k>} - \tilde{x}_j^{<k>}))}{M_{ii}};$$
  - $x_i^{<k+1>} = H(x^{<k>}, \tilde{x}^{<k>})_i \cap x_i^{<k>}$.

Другой подход относится к направлению **программирование в ограничениях** (constraint programming), активно развиваемому в последнее время.

Задача удовлетворения ограничениями является наиболее глубоким обобщением классического понятия системы уравнений (неравенств и т.п.), претендующим, в определенной степени, на методологическое обобщение существующих подходов к анализу и формализации неопределенностей. В самом общем виде постановка задачи формулируется следующим образом. Пусть на переменные x_1, x_2 ..., x_n, областями значений которых являются множества X_1, X_2, ..., X_n, заданы ограничения C_i (x_1, x_2, ..., x_n), i =1, k. Требуется найти наборы значений <a_1, a_2, ..., a_n> ($a_i \in X_i$), которые бы удовлетворяли всем ограничениям одновременно.

Таким образом, программирование в ограничениях является по своей сути максимально декларативным и основано на описании *модели* задачи, а не алгоритма ее решения [7, 12]. При этом под моделью понимается пара **X**, **C**, где **X** есть множество параметров (переменных) x_1, x_2 ..., x_n модели, а **C** - неупорядоченная совокупность отношений (ограничений) на **X**. Эти отношения (ограничения) могут иметь вид уравнений, неравенств, логических выражений, табличных зависимостей и т. п., т.е. любого соотношения, определяющего подобласть n-мерного пространства значений переменных **X.**

Задача удовлетворения ограничений возникла в исследованиях по искусственному интеллекту в конце 70-х гг. XX в. [11], вследствие чего часто о программировании в ограничениях говорят, как о дополнительной ветви логического программирования. Семантически, однако, программирование в ограничениях отличается от традиционного логического программирования в первую очередь тем, что исполнение программы рассматривается не как доказательство утверждения, а как нахождение значений переменных. При этом порядок "удовлетворения" отдельных ограничений не имеет значения, и система программирования в ограничениях, как правило, стремится оптимизировать порядок "доказательства" утверждений с целью минимизации отката в случае неуспеха. С этой целью набор ограничений может быть соответствующим образом преобразован - по правилам, аналогичным правилам Пролога.

Используя формулировку задачи в виде модели и исходную информацию о значениях ее параметров, методы программирования в ограничениях обеспечивают автоматическое нахождение решения. При этом одну и ту же модель можно использовать для решения различных задач, относящихся к описанному ею объекту моделирования. При этом постановка той или иной задачи конкретизируется путем добавления в модель ограничений на допустимые значения части или всех параметров и/или формулирования дополнительных связей между ними.

Одним из наиболее развитых и практически значимых подходов, относящихся к программированию в ограничениях, является **теория недоопределенных моделей**.

Метод недоопределенных моделей (Н-моделей) был предложен в начале 80-х годов XX в. А.С. Нариньяни [3] для представления и обработки неполностью определенных знаний. Рассматриваемый изначально как оригинальный метод из области искусственного интеллекта, он трансформировался постепенно в прикладную технологию программирования в ограничениях.

В Н-моделях переменной сопоставляется недоопределенное значение (или Н-значение), являющееся оценкой реального значения-денотата на основе доступной нам в данный момент информации. Н-значение является промежуточным между полной определенностью (точное значение) и полной неопределенностью (весь универсум) и может уточняться по мере получения более точных данных. В процессе вычислений Н-значение может становиться только более точным, гарантируя тем самым монотонность вывода.

Для того, чтобы для данной традиционной формальной системы построить ее аналог, способный оперировать с Н-значениями, необходимо сформировать область значений для Н-переменных, представляющих переменные исходной системы. В общем случае это любая конечная система подмножеств универсума, замкнутая относительно операции пересечения и содержащая весь универсум и пустое множество. Для одного и того же универсума существуют различные области: численные (точные, перечислимые, интервальные, мультиинтервальные), множественные, символьные, табличные и т.д.

Следуя логике сказанного выше, был выбран интервальный способ представления Н-значения.

Недоопределенные модели являются частным случаем *обобщенных вычислительных моделей (ОВМ)* [5, 8], которые имеют более широкую область применения, чем решение задач удовлетворения ограничений. Ниже мы даем определение ОВМ и алгоритма вычислений на них, указывая при необходимости отличия Н-моделей от ОВМ.

Обобщенная вычислительная модель *M = (V, W, C, R)* состоит из следующих четырех множеств:

V – множество объектов из заданной предметной области;

R – множество ограничений на значениях объектов из *V*;

W – множество функций присваивания;

C – множество функций проверки корректности.

Каждому объекту $v \in V$ сопоставлены:

- универсум X_V;
- начальное значение из универсума (точное, недоопределенное, или полная неопределенность);
- функция присваивания W_V;
- функция проверки корректности C_V.

Функция присваивания — это двухместная функция, работающая при каждой попытке присваивания очередного значения объекту $v \in V$ и определяющая новое значение объекта как функцию от текущего и присваиваемого значений.

Функция проверки корректности — это унарный предикат, который исполняется в случае, если значение объекта *x* изменилось, и проверяет правильность этого нового значения.

Ограничения из *R* должны быть функционально интерпретируемыми.

На уровне интерпретации ОВМ представляется двудольным ориентированным графом Кенига, в котором выделены два типа вершин: объекты и функции. Дуги связывают функциональные и объектные вершины. Входящие в вершину-функцию дуги соотносят с ней объекты, значения которых выступают в качестве входных аргументов для функции, исходящие — указывают на объекты, в которые должна производиться запись вырабатываемых функцией результатов.

Каждой объектной вершине сопоставляются тип и значение, и с каждой вершиной связываются функции присваивания и проверки корректности. С каждой функциональной вершиной соотнесены целое число, играющее роль приоритета, и разметка входящих и исходящих дуг.

Для решения Н-моделей используется универсальный алгоритм распространения ограничений (рис. 3), работающий над произвольными областями. Он основан на схеме потоковых вычислений. В качестве основы этой технологии можно представить особый универсальный процесс, оперирующий со всей моделью как с совокупностью ее компонентов, каждый из которых автономно участвует в вычислениях, взаимодействуя с другими компонентами через общие переменные.

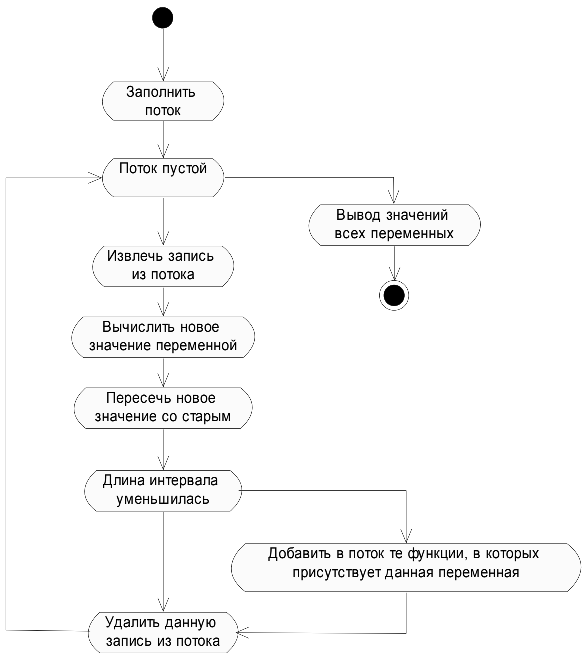

Рис. 3. Диаграмма деятельности для потокового алгоритма

Для этой схемы вводится понятие абстрактной машины с состояниями и правилами перехода из состояния в состояние. Состояние абстрактной машины – это некоторая Н-оценка переменных вместе с множеством активных ограничений. Переходы между состояниями выполняются фильтрациями активных ограничений. В начальном состоянии все ограничения являются активными, а Н-оценка – максимально неопределенной. После фильтрации ограничения оно становится пассивным, но все ограничения, чьи переменные изменили свои Н-значения во время этой фильтрации, помещаются в множество активных ограничений. Процесс останавливается (достигается конечное состояние), когда множество активных ограничений становится пустым. Н-оценка, полученная в конечном состоянии абстрактной машины, определяет операционную семантику распространения ограничений. Свойства такой абстрактной машины следующие:

- завершаемость (существование верхней оценки числа шагов, за которое машина обязательно придет в конечное состояние),
- корректность (все конечные состояния одинаковы, и вычисленная Н-оценка является наибольшей Н-совместной со всеми ограничениями Н-модели Н-оценкой переменных в заданном Н-расширении модели).

Распространение ограничений с использованием потокового алгоритма организует вычислительный процесс в форме сжатия начального пространства до n-мерного параллелепипеда (тела решений), образованного точками, удовлетворяющими всем отношениям данной модели, и содержащего все множество решений (рис.4).

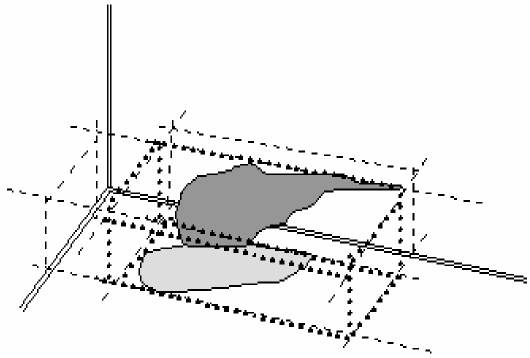

Рис 4. Параллелепипед для трехмерного случая

Этот подход радикально меняет технологию решения вычислительных задач, обеспечивая, по сравнению с традиционными методами, целый комплекс качественно новых возможностей, из которых основными являются следующие:

- число переменных в модели может быть не равно числу ограничений, в том числе и уравнений (возможны недоопределенные и переопределенные системы);
- модель определяет не отдельные решения, а пространство всех решений, удовлетворяющих отношениям модели;
- модель не делит свои параметры на входные и выходные, а симметрична по отношению к ним, поскольку в модели все они взаимозависимы;
- переменные в одной модели могут иметь разные типы;
- наряду с уравнениями и неравенствами любого типа используются логические выражения и табличные зависимости, задающие дополнительные отношения между переменными модели;
- любые параметры отношений в моделях (переменные, коэффициенты, константы, показатели) могут быть заданы неточно;
- не требуется задания начального приближения к решению;
- могут отсутствовать стандартные методы решения.

Вопросы программной реализации интервальных методов легко разрешаются с использованием объектно-ориентированного программирования. В рамках настоящей работы была спроектирована и реализована математическая библиотека (рис. 5), предоставляющая:

- единый стандарт формирования математической модели, что обеспечивает возможность легко расширять набор методов расчета, используя интерфейс модели;
- возможность заменять реализацию классов, так как везде используются интерфейсные классы;
- оптимальное хранение системы уравнений при максимально быстром доступе к нужным частям уравнений (при помощи дополнительного хеширования).

Спроектированная математическая библиотека представляет собой систему абстрактных и конкретных классов на языке С++, выражающих основные конструктивные понятия вычислительной математики. Библиотека включает абстрактный класс “Модель”, являющийся открытым интерфейсом математической модели. Сама “Математическая модель” представляет собой систему алгебраических уравнений, записанных в общем виде. “Уравнение”, в свою очередь, состоит из совокупности “Элементов уравнения”, представляющих собой “Переменную” или функцию от «Переменной» и знак, с которым она входит в уравнение. Через интерфейсный класс “Алгоритм” подключаются различные методы расчета, реализованные в классах “Потоковый алгоритм” и “Методы Ньютона”. Поскольку объектно-ориентированный подход обеспечивает достаточно мощную и гибкую технологию развития уже существующего программного обеспечения, а классы математической библиотеки реализуют самые общие проблемно-инвариантные понятия, библиотека классов может рассматриваться в качестве базы для разработки разнообразных вычислительных приложений.

Описанная методика была реализована в рамках системы моделирования трубопроводных систем (рис.6), позволяющей в интерактивном режиме задавать и корректировать исходные данные, получать полную прогнозную информацию о состоянии системы и анализировать результаты, полученные разными методами.

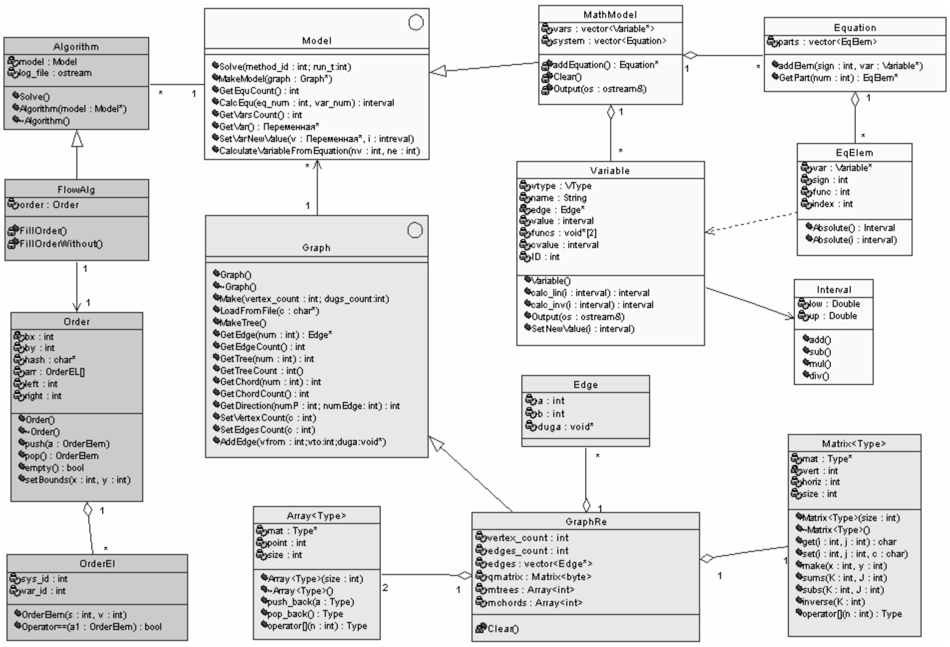

Рис. 5. Диаграмма классов математической библиотеки.

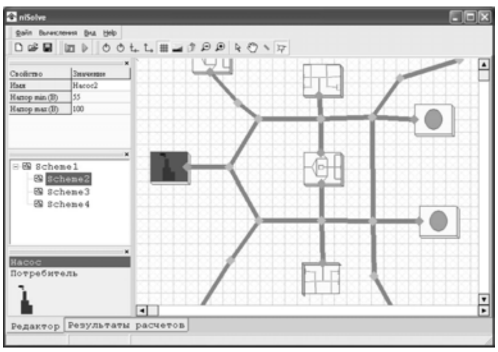

Рис. 6. Пример использования программы.

Список литературы

1. **Алефельд Г., Херцбергер Ю.** Введение в интервальные вычисления. –М: Мир, 1987 г. 360 с.
2. **Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х.** Методы интервального анализа. Новосибирск: Наука, 1986. 223 с.
3. **Нариньяни А.С.** Недоопределенные множества – новый тип данных для представления знаний. – Новосибирск, 1980. – 28с. (Препр./АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; № 232).
4. **Нариньяни А.С.** Недоопределенность в системе представления и обработки знаний. //Известия АН СССР. Техническая кибернетика. № 5. 1986, с. 3 - 28.
5. **Нариньяни А.С., Дмитриев В.Е., Телерман В.В.** Специализированный виртуальный потоковый процессор для баз знаний // Системы обработки знаний и изображений: Тр. / Междунар. рабочей конф. по комплексным научным проектам КНП–1 и КНП–2, Смоленице, ноябрь 1986. – Смоленице, 1986. – Том II. – С. 19 – 22.
6. **Нариньяни А.С.** Не-факторы и естественный прагматизм: что представляют интервалы. //Интервальные вычисления. № 4(6). 1992, с. 42 – 46.
7. **Нариньяни А.С.** Модель или алгоритм: новая парадигма информационной технологии.// “Информационные технологии”, № 4, М., 1997.
8. **Телерман В.В.** Применение обобщенных вычислительных моделей для реализации вывода/вычислений в базах знаний // Проблемы развития и освоения интеллектуальных систем: Тез. докл. Всесоюз. конф., Секция II: Методы и модели освоения интеллектуальных систем. – Новосибирск, 1986. – С. 80 – 81.
9. **Шокин Ю. И.** Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1981.
10. **James Z. Hua, Joan F. Brennecke.** Reliable Prediction of Phase Stability Using an Interval Newton Method – Department of Chemical Engineering, University of Illinois, USA, 1996.
11. **Mackworth A.K.** Consistency in network of relations // Artificial Intelligence. – 1977. – Vol. 8.. – P. 99–119.
12. **Montanari U.** Networks of Constraints: Fundamental Properties and Applications to Picture Processing // *Inform. Sci.* –V.7, 1974. – P. 95 – 132.
13. **Moore R.E.** Interval analysis. Englewood Cliffs. N.J.: Prentice-Hall, 1966. 250 p.
14. **Neumaier A.** Interval methods for systems of equations. – Cambridge University Press, 1990.