

**Гнездов Н.Е., ассистент каф. ЭП и АПУ**

*Разработка и исследование  
устройств определения координат  
электромеханических систем  
в условиях действия внешних возмущений*

**Цель проекта:**

*Разработка методики синтеза наблюдателей состояния  
электромеханических систем с учетом действующих внешних возмущений.*

## Методика синтеза астатических наблюдателей состояния

### Векторно-матричная модель объекта с учетом возмущений

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \bar{\mathbf{z}}_1(t) \\ \bar{\mathbf{z}}_2(t) \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{F}_1 & 0 & \mathbf{F}_2 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \bar{\mathbf{z}}_1(t) \\ \bar{\mathbf{z}}_2(t) \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{U}}(t) \quad \bar{\mathbf{Y}}(t) = [\mathbf{C} \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid \dots] \cdot \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \bar{\mathbf{z}}_1(t) \\ \bar{\mathbf{z}}_2(t) \\ \dots \end{bmatrix}$$

### Условие наблюдаемости объекта

$$\mathbf{V}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_z^T & \mathbf{A}_z^T \mathbf{C}_z^T & (\mathbf{A}_z^T)^2 \mathbf{C}_z^T & \dots & (\mathbf{A}_z^T)^{(n+k+l)-1} \mathbf{C}_z^T \end{bmatrix}$$

$$\text{rank } \mathbf{V}_z = n + k + l + \dots$$

### Уравнение состояния наблюдателя

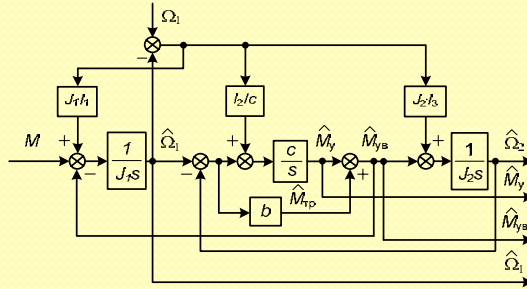
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\bar{\mathbf{x}}}(t) \\ \hat{\bar{\mathbf{z}}}_1(t) \\ \hat{\bar{\mathbf{z}}}_2(t) \\ \dots \end{bmatrix} = \mathbf{A}_z \cdot \begin{bmatrix} \hat{\bar{\mathbf{x}}}(t) \\ \hat{\bar{\mathbf{z}}}_1(t) \\ \hat{\bar{\mathbf{z}}}_2(t) \\ \dots \end{bmatrix} + \mathbf{B}_z \cdot \bar{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{L} \cdot \left( \bar{\mathbf{Y}}(t) - \mathbf{C}_z \cdot \begin{bmatrix} \hat{\bar{\mathbf{x}}}(t) \\ \hat{\bar{\mathbf{z}}}_1(t) \\ \hat{\bar{\mathbf{z}}}_2(t) \\ \dots \end{bmatrix} \right)$$

### Характеристическое уравнение наблюдателя

$$\det(s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}_z + \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}_z) = 0$$

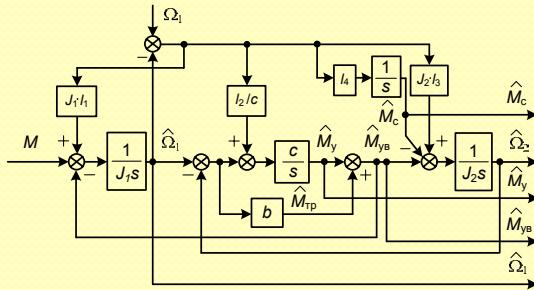
# Разработанные астатические наблюдатели состояния

## Статический наблюдатель состояния



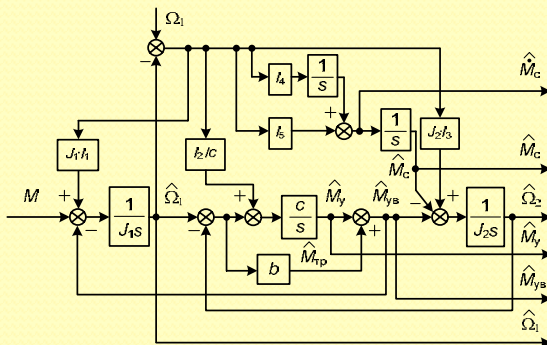
$$\begin{cases} l_1 = \frac{3 \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s} - b \cdot (J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}; \\ l_2 = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^2 \cdot (b \cdot \omega_{0s} - 3 \cdot c) + c^2 \cdot (J_1 + J_2)}{c \cdot J_2}; \\ l_3 = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s} \cdot (J_2 \cdot \omega_{0s}^2 - 3 \cdot c) + c \cdot b \cdot (J_1 + J_2)}{c \cdot J_2^2}. \end{cases}$$

## Наблюдатель с астатизмом 1-го порядка



$$\begin{cases} l_1 = \frac{4 \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s} - b \cdot (J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}; \\ l_2 = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^2 \cdot (-b^2 \cdot \omega_{0s}^2 + 4 \cdot c \cdot b \cdot \omega_{0s} - 6 \cdot c^2) + c^3 \cdot (J_1 + J_2)}{c^2 \cdot J_2}; \\ l_3 = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s} \cdot (-b \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^3 + 4 \cdot c \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^2 - 4 \cdot c^2) + c^2 \cdot b \cdot (J_1 + J_2)}{c^2 \cdot J_2^2}; \\ l_4 = -\frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^4}{c}. \end{cases}$$

## Наблюдатель с астатизмом 2-го порядка



$$\begin{cases} l_1 = \frac{5 \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s} - b \cdot (J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}; \\ l_2 = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^2 \cdot (b^3 \cdot \omega_{0s}^3 - 5 \cdot c \cdot b^2 \cdot \omega_{0s}^2 + 10 \cdot c^2 \cdot b \cdot \omega_{0s} - 10 \cdot c^3) + c^4 \cdot (J_1 + J_2)}{c^3 \cdot J_2}; \\ l_3 = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s} \cdot (b^2 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^4 - 5 \cdot c \cdot b \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^3 + 10 \cdot c^2 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^2 - 5 \cdot c^3) + c^3 \cdot b \cdot (J_1 + J_2)}{c^3 \cdot J_2^2}; \\ l_4 = -\frac{J_1 \cdot J_2 \cdot \omega_{0s}^5}{c}; \\ l_5 = \frac{J_1 \cdot J_2^2 \cdot \omega_{0s}^4 \cdot (b \cdot \omega_{0s} - 5 \cdot c)}{c^2}. \end{cases}$$

# Расчет параметров при аналоговой и цифровой реализации

## Исходные данные:

### Параметры объекта управления:

$$\begin{aligned}
 J1 &:= 0.055 \text{ кг}\cdot\text{м}^2 - \text{момент инерции первой массы (двигателя)} \\
 J2 &:= 0.277 \text{ кг}\cdot\text{м}^2 - \text{момент инерции второй массы (рабочей машины)} \\
 c &:= 553.633 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с} - \text{коэффициент упругости механической связи} \\
 b &:= 0.83 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад} - \text{коэффициент вязкого трения (демпфирования) механической связи} \\
 a31 &:= 3.0 - \text{коэффициенты, определяющие настройку наблюдателя} \\
 a32 &:= 3.0
 \end{aligned}$$

## Расчет:

### Среднегеометрический корень и коэффициенты НСП:

$$\begin{aligned}
 f_{\text{прс}} &:= 329.2 \text{ Гц} - \text{полоса пропускания наблюдателя} \\
 w_{\text{отн}} &:= 1.965 \text{ относительный среднегеометрический корень} \\
 w0s &:= w_{\text{отн}} \cdot 2\pi \cdot f_{\text{прс}} \text{ рад/с} - \text{среднегеометрический корень} \\
 w0s &= 4.064 \times 10^3 \\
 I1 &= 1.218 \times 10^4 \quad I2 = 2.811 \times 10^6 \quad I3 = 6.668 \times 10^6 \\
 I1 \cdot J1 &= 669.64 \quad \frac{I2}{c} = 5.078 \times 10^3 \quad I3 \cdot J2 = 1.847 \times 10^6
 \end{aligned}$$

### Разностные уравнения НСП:

$$\begin{aligned}
 \Omega_{1s} &:= \Omega_{1s0} + k_{m1}(M_0 - M_{ybs0}) + k_{t1}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{ys} &:= M_{ys0} + k_{\Omega 1}(\Omega_{1s0} - \Omega_{2s0}) + k_{\Omega 2}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 \Omega_{2s} &:= \Omega_{2s0} + k_{m2}M_{ybs0} + k_{t2}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{ybs} &:= M_{ys} + k_{\Omega 3}(\Omega_{1s} - \Omega_{2s})
 \end{aligned}$$

### Величины сигналов НСП:

$$\begin{aligned}
 \Omega_{1s} &= 1.36 \times 10^4 \text{ рад/с} < \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Omega_{1s}} = 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{ys} &= 107.76 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{ys}} = 256 \text{ Нм} \\
 \Omega_{2s} &= 1.047 \times 10^6 \text{ рад/с} < \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Omega_{2s}} = 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{ybs} &= -101.623 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{ybs}} = 256 \text{ Нм}
 \end{aligned}$$

### Размерности скорости и момента передачи в системе:

$$\begin{aligned}
 m_{\Omega} &:= \frac{32}{65536} \text{ рад/с} \\
 m_M &:= \frac{256}{32767} \text{ Нм}
 \end{aligned}$$

### Максимальные значения (уровень ограничения) переменных скорости и момента передачи:

$$\begin{aligned}
 \Omega_{\text{max}} &:= 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{\text{max}} &:= 256 \text{ Нм}
 \end{aligned}$$

### Среднегеометрический корень и коэффициенты НСА1:

$$\begin{aligned}
 f_{\text{прс}} &:= 46.2 \text{ Гц} - \text{полоса пропускания наблюдателя} \\
 w_{\text{отн}} &:= 2.414 \text{ относительный среднегеометрический корень} \\
 w0s &:= w_{\text{отн}} \cdot 2\pi \cdot f_{\text{прс}} \text{ рад/с} - \text{среднегеометрический корень} \\
 w0s &= 700.744 \\
 I1 &= 2.785 \times 10^3 \quad I2 = -7.77 \times 10^4 \quad I3 = 1.003 \times 10^5 \quad I4 = -6.635 \times 10^6 \\
 I1 \cdot J1 &= 153.169 \quad \frac{I2}{c} = -140.34 \quad I3 \cdot J2 = 2.777 \times 10^4
 \end{aligned}$$

### Разностные уравнения НСА1:

$$\begin{aligned}
 \Omega_{1s} &:= \Omega_{1s0} + k_{m1}(M_0 - M_{ybs0}) + k_{t1}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{ys} &:= M_{ys0} + k_{\Omega 1}(\Omega_{1s0} - \Omega_{2s0}) + k_{\Omega 2}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 \Omega_{2s} &:= \Omega_{2s0} + k_{m2}(M_{ybs0} - M_{cs0}) + k_{t2}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{ybs} &:= M_{ys} + k_{\Omega 3}(\Omega_{1s} - \Omega_{2s}) \\
 M_{cs} &:= M_{cs0} + k_{\Omega 4}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0})
 \end{aligned}$$

### Величины сигналов НСА1:

$$\begin{aligned}
 \Omega_{1s} &= 1.213 \times 10^4 \text{ рад/с} < \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Omega_{1s}} = 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{ys} &= -2.978 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{ys}} = 256 \text{ Нм} \\
 \Omega_{2s} &= 1.574 \times 10^4 \text{ рад/с} < \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Omega_{2s}} = 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{ybs} &= -3.71 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{ybs}} = 256 \text{ Нм} \\
 M_{cs} &= -254.337 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{cs}} = 256 \text{ Нм}
 \end{aligned}$$

### Начальные условия:

$$\begin{aligned}
 M_{ys0} &:= 157 \text{ Нм} \quad \Omega_{1s0} := 157 \text{ рад/с} \quad M_{cs0} := 38.8 \text{ Нм} \quad dM_{cs} := 10.0 \text{ Нм/с} \\
 M_{ybs0} &:= 0 \text{ Нм} \quad \Omega_{2s0} := 0 \text{ рад/с} \quad M_{cs0} := 0 \text{ Нм} \quad dM_{cs0} := 0 \text{ Нм/с} \\
 M_{ybs0} &:= 0 \text{ Нм} \quad \Omega_{2s0} := 0 \text{ рад/с}
 \end{aligned}$$

### Период расчета наблюдателя:

$$\tau := 0.001 \text{ с}$$

### Среднегеометрический корень и коэффициенты НСА2:

$$\begin{aligned}
 f_{\text{прс}} &:= 9.7 \text{ Гц} - \text{полоса пропускания наблюдателя} \\
 w_{\text{отн}} &:= 3.078 \text{ относительный среднегеометрический корень} \\
 w0s &:= w_{\text{отн}} \cdot 2\pi \cdot f_{\text{прс}} \text{ рад/с} - \text{среднегеометрический корень} \\
 w0s &= 187.595 \\
 I1 &= 919.885 \quad I2 = -4.293 \times 10^3 \quad I3 = 5.505 \times 10^3 \quad I4 = -6.393 \times 10^6 \\
 I1 \cdot J1 &= 50.594 \quad \frac{I2}{c} = -7.754 \quad I3 \cdot J2 = 1.525 \times 10^3 \quad I5 = -4.455 \times 10^4
 \end{aligned}$$

### Разностные уравнения НСА2:

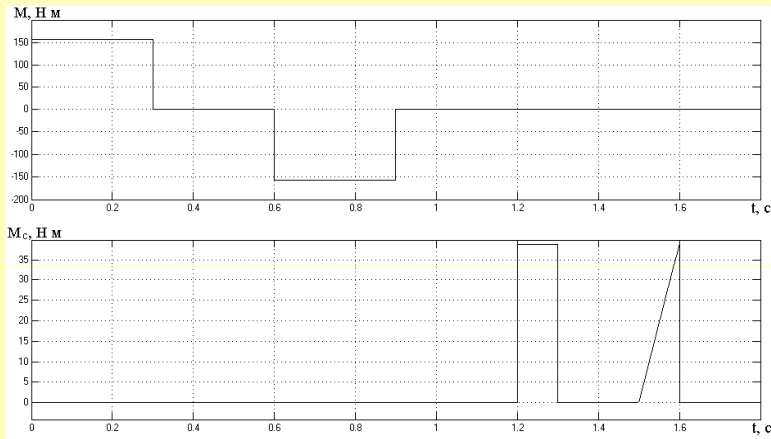
$$\begin{aligned}
 \Omega_{1s} &:= \Omega_{1s0} + k_{m1}(M_0 - M_{ybs0}) + k_{t1}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{ys} &:= M_{ys0} + k_{\Omega 1}(\Omega_{1s0} - \Omega_{2s0}) + k_{\Omega 2}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 \Omega_{2s} &:= \Omega_{2s0} + k_{m2}(M_{ybs0} - M_{cs0}) + k_{t2}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{ybs} &:= M_{ys} + k_{\Omega 3}(\Omega_{1s} - \Omega_{2s}) \\
 dM_{cs} &:= dM_{cs0} + k_{\Omega 4}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0}) \\
 M_{cs} &:= M_{cs0} + dM_{cs} + k_{\Omega 5}(\Omega_{10} - \Omega_{1s0})
 \end{aligned}$$

### Величины сигналов НСА2:

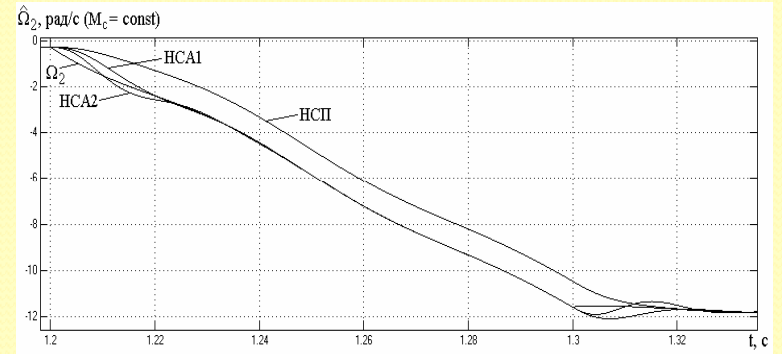
$$\begin{aligned}
 \Omega_{1s} &= 1.184 \times 10^4 \text{ рад/с} < \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Omega_{1s}} = 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{ys} &= -0.165 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{ys}} = 256 \text{ Нм} \\
 \Omega_{2s} &= 864.353 \text{ рад/с} < \frac{\Omega_{\text{max}}}{\Omega_{2s}} = 32767.32 \text{ рад/с} \\
 M_{ybs} &= 2.059 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{ybs}} = 256 \text{ Нм} \\
 dM_{cs} &= -245.061 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{dM_{cs}} = 256 \text{ Нм} \\
 M_{cs} &= -246.769 \text{ Нм} < \frac{M_{\text{max}}}{M_{cs}} = 256 \text{ Нм}
 \end{aligned}$$

# Исследование и анализ характеристик наблюдателей состояния

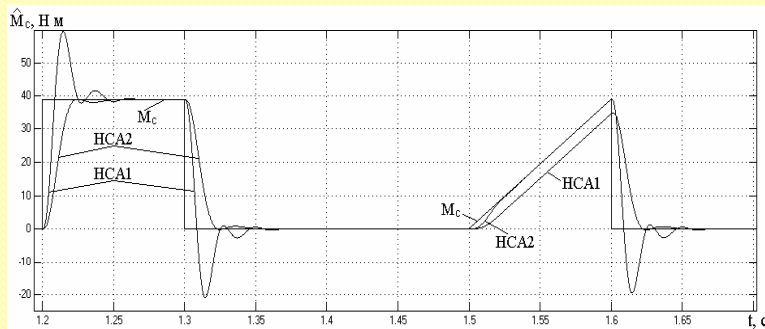
## Входные воздействия на объект управления



## Восстановление скорости при действии постоянного момента нагрузки



## Восстановление момента нагрузки при действии момента нагрузки разной формы



## Восстановление скорости при действии линейного момента нагрузки

