Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Ивановский энергетический университет имени В.И.Ленина»
Кафедра теоретических основ электротехники
и электротехнологий

А.В.Макаров, В.Д.Лебедев

СБОРНИК ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ОБЩЕЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

Учебное пособие

Под редакцией А.В.Макарова

Иваново 2010

УДК 621.314
М 15
Макаров А.В., Лебедев В.Д. Сборник задач повышенной сложности по теоретической и общей электротехнике: Учеб. пособие / Под ред. А.В.Макарова; ГОУВПО "Ивановский государственный энергетический университет им.В.И.Ленина". – Иваново, 2010 – 84 с. ISBN

В учебном пособии приведены примеры решения задач повышенной сложности для углубленного изучения материала по курсам теоретической и общей электротехники. Представленные примеры могут быть полезны для самостоятельной работы студентов при изучении курса теории цепей. В пособии приведены задачи, предлагавшиеся в разное время на олимпиадах как в ИГЭУ так и в олимпиадах проводимых в других вузах в частности МЭИ(ТУ), а также оригинальные задачи составленные авторами.

Ил. 82. Библиогр.: 42 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ГОУВПО "Ивановский государственный энергетический университет им.В.И.Ленина"

Научный редактор кандидат технических наук, доцент А.В.Макаров

Рецензенты:

кафедра теоретических основ электротехники и электротехнологии ГОУВПО "Ивановский государственный энергетический университет им. В.И.Ленина";
кандидат технических наук, доцент М.С.Сайкин

МАКАРОВ Аркадий Владиславович
ЛЕБЕДЕВ Владимир Дмитриевич

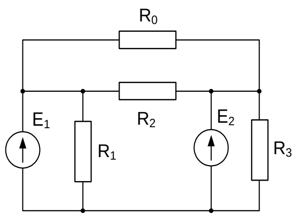
СБОРНИК ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ОБЩЕЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

набор и компьютерная верстка: ДЫДЫКИНА Надежда Николаевна

Редактор
Лицензия ИД N 05285 от 4 июня 2001 г
Подписано в печать Формат $60\times84^1/_{16}$.
Печать плоская. Усл. печ. л.1,62. Тираж 100 экз. Заказ
Отпечатано в РИО ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»
ИГЭУ 153003, г. Иваново, ул. Рабфаковская, 34

Цепи постоянного тока

Задача № 1



В цепи известны два режима потребления мощности всеми сопротивлениями:

1) при $R_0 = R$ $P = 40$ Вт;

2) при $R_0 = 0{,}25R$ $P = 70$ Вт.

Определить P при $R_0 = 2\,R$.

Решение

Мощность, потребляемая R_1, R_2, R_3, не зависит от величины R_0.

Для первых двух режимов

$$\frac{(E_1 - E_2)^2}{R} = 40 - P_{123}; \qquad \frac{(E_1 - E_2)^2}{0{,}25R} = 70 - P_{123}.$$

Следовательно,

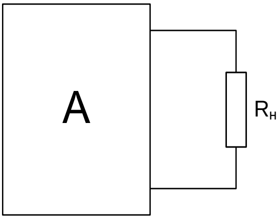
$$\frac{(E_1 - E_2)^2}{R} = 10 \text{ Вт}, \qquad P_{123} = 30 \text{ Вт}.$$

Для третьего режима:

$\dfrac{(E_1 - E_2)^2}{2R} = P - 30$, откуда $P = 35$ Вт.

Ответ: $P = 35$ Вт.

Задача № 2



Известно, что в цепи при изменении сопротивления $R_н$ мощность, выделяемая в $R_н$ изменяется обратно пропорционально Rн.

Определить параметры активного двухполюсника, если при значении $R_н$ = 3 *Ом; P* = 300 *Вт*.

Решение

Мощность, потребляемая нагрузкой, равна

$$P = R_н I_н^2 = \frac{U_н^2}{R_н}.$$

Линейное изменение мощности обратно пропорционально сопротивлению возможно, если активный двухполюсник представляет собой идеальный источник напряжения:

$$P = \frac{U_н^2}{R_н} = \frac{Е^2}{R_н},$$

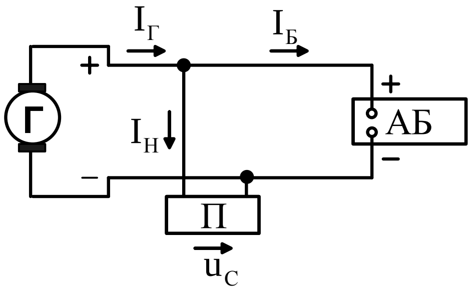
откуда $Е = \sqrt{РR_н} = \sqrt{300 \cdot 3} = 30$ *В*.

Ответ: ЭДС активного двухполюсника равна Е= 30 В, внутреннее сопротивление равно нулю.

Задача № 3

Система электроснабжения истребителя *СУ-21* имеет следующие параметры: ЭДС и внутреннее сопротивление генератора $E_г$ = 32 *В*, $R_г$ = 0,004 *Ом*; ЭДС и внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи $E_Б$ = =26 *В*, $R_В$ = 0,008 *Ом*. В нормальном режиме $u_С$ = 28 *В*.

1. Рассчитать и построить зависимость $I_Б$ ($I_Н$).



2. Вычислить токи в системе при нормальном режиме.
3. Вычислить ток батареи при пятикратном увеличении тока нагрузки (в форсированном режиме).

Решение

$$\begin{cases} I_{Ã} = I_{Í} + I_{Á}; \\ u_{Ñ} + R_{Ã} I_{Ã} = Å_{Ã}; \\ u_{Ñ} - R_{Á} I_{Á} = Å_{Á}. \end{cases}$$

$$I_{Á} = \frac{Å_{Ã} - Å_{Á} - R_{Ã} I_{Í}}{R_{Á} + R_{Ã}} = à + b I_{Í};$$

$$à = \frac{Å_{Ã} - Å_{Á}}{R_{Á} + R_{Ã}} = \frac{32 - 26}{(8+4)\cdot 10^{-3}} = 500;$$

$$b = \frac{R_{Ã}}{R_{Á} + R_{Ã}} = \frac{4\cdot 10^{-3}}{(8+4)\cdot 10^{-3}} = -0{,}334.$$

$Å_{Ã} - R_{Ã} I_{Í} > Å_{Á}$ – режим заряда $I_{Á} > 0$; $Å_{Ã} - R_{Ã} I_{Í} < Å_{Á}$ – режим разряда $I_{Á} < 0$; $Å_{Ã} - R_{Ã} I_{Í} = Å_{Á}$ – режим холостого хода $I_{Á} = 0$.

$$I_{Í\ (I_Á=0)} = \frac{Å_Ã - Å_Á}{R_Ã} = \frac{à}{-b} = \frac{500}{0,334} = 1500\ À.$$

Номинальный режим $u_Ñ = 28\ \hat{A}$.

$$I_Ã = \frac{Å_Ã - u_Ñ}{R_Ã} = \frac{32-28}{4\cdot 10^{-3}} = 1000\ À;$$

$$I_Á = \frac{u_Ñ - Å_Á}{R_Á} = \frac{28-26}{8\cdot 10^{-3}} = 250\ À;$$

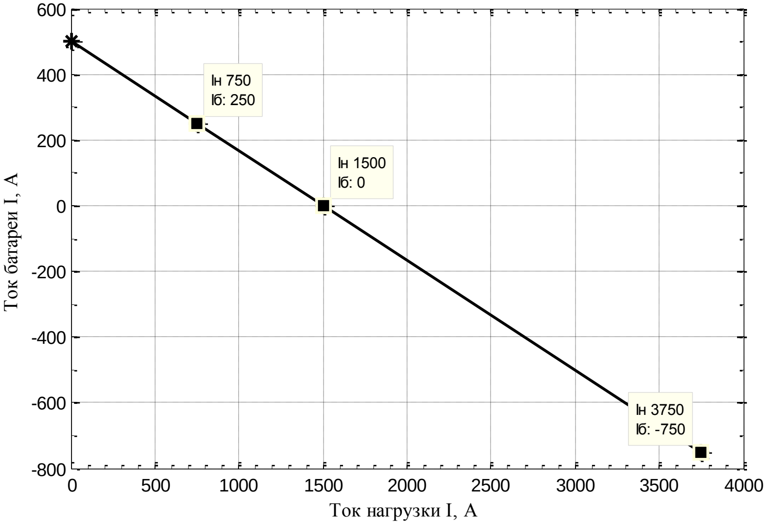
$$I_Í = I_Ã - I_Á = 1000 - 250 = 750\ À.$$

Форсированный режим $I_{Íô} = 5I_Í = 3750\ À$.

$$I_{Áô} = à + bI_{Íô} = 500 - 0,334\cdot 3750 = -750\ À.$$

Ток генератора в форсированном режиме составит

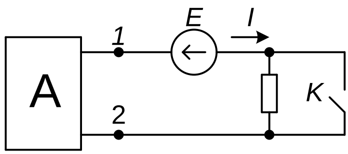
$$I_{Ãô} = I_{Íô} + I_{Áô} = 3I_Ã = 3750 + (-750) = 3000\ À.$$



Напряжение сети

$$u_Ñ = Å_Á + R_Á I_{Áô} = 26 + 8\cdot 10^{-3}\cdot(-750) = 20\ \hat{A}.$$

Задача № 4



В цепи ток I равен 6 A при разомкнутом ключе K и 10 A при замкнутом.

Определить параметры активного двухполюсника относительно полюсов 1, 2 при значениях параметров R=10 *Ом*, E=200 *В*.

Решение

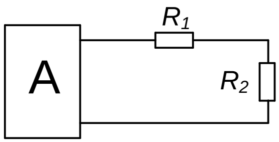
Решение основано на применении метода эквивалентного генератора:

$$E_{\text{эк}}-E= I_{(1)}(10 + R_{эк});\ E_{\text{эк}}-E=I_{(2)}R_{эк}\,,$$

или $I_{(1)}(10+R_{эк})= I_{(2)}R_{эк}$; $6(10+R_{эк})=10R_{эк}$,

откуда $R_{эк}$=15 *Ом*; $E_{\text{эк}}=E+ I_{(2)}R_{эк}=200+10\cdot 15=350$ *В*.

Задача № 5

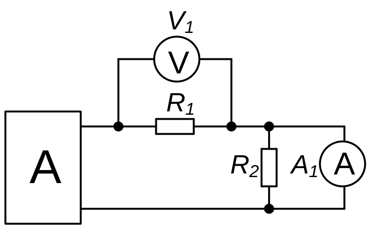


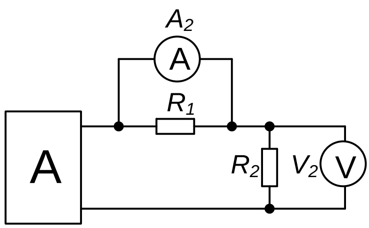
В цепи используется вольтметр и амперметр, определить величины сопротивлений R_1 и R_2, а также параметры активного двухполюсника без разрыва цепи (приборы идеальные).

Решение

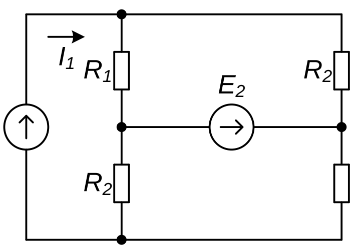
Для определения параметров R_1 и R_2 следует использовать схемы замеров. Тогда $R_1 = \dfrac{U_1}{I_1}$, а $R_2 = \dfrac{U_2}{I_2}$ вследствие того, что весь ток протекающий через R_1, протекает через амперметр A_1; аналогично определяем R_2.

Для определения $E_{эк}$ и $R_{эк}$ запишем два соотношения, вытекающие из метода эквивалентного генератора: $E_{эк}= R_{эк}I_1 + U_1$, $E_{эк}= R_{эк}\cdot I_2+U_2$,откуда $R_{эк}=\dfrac{U_1-U_2}{I_2-I_1}$, $E_{эк}=\dfrac{U_1-U_2}{I_2-I_1}\,I_1+U_1=\dfrac{U_1I_2-U_2I_1}{I_2-I_1}$.





Задача № 6



В цепи известно, что при E_1=E_2=10 *В*, ток I_1 в ветви с E_1 равен 1 *А*.

Определите величины сопротивлений R_1 и R_2, если при изменении полярности источника ЭДС E_2 ток I_2 уменьшается в 10 раз.

Решение

Решение основано на применении принципа наложения. Ток I определяется совместным действием обоих источников I=I_1+I_2:

$$I_1 = \frac{E_1}{2\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}} = \frac{E_1(R_1+R_2)}{2R_1R_2}.$$

Ток I_2 определяется разностью токов, протекающим по сопротивлениям R_1 и R_2 и вызываемых действием источника E_2:

$$I_2 = \frac{E_2}{2R_1} - \frac{E_2}{2R_2}.$$

Из условий задачи $I=10\ I'$, или

$$\frac{E_1(R_1+R_2)}{2R_1R_2} + \frac{E_2}{2R_1} - \frac{E_2}{2R_2} = 10\left[\frac{E_1(R_1+R_2)}{2R_1R_2} - \frac{E_2}{2R_1} + \frac{E_2}{2R_2}\right],$$

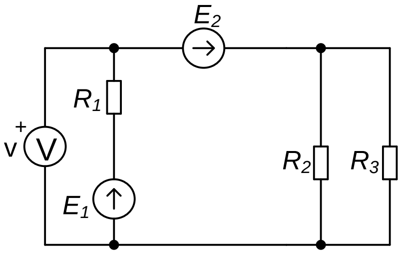
так как E_1=E_2, то $\dfrac{2}{R_1} = 10\dfrac{2}{R_2}$, $R_2 = 10R_1$.

По известному значению тока I_1 определяем R_1 и R_2:

$$I_1 = E\left[\frac{R_1+R_2}{2R_1R_2} + \frac{1}{2R_1} - \frac{1}{2R_2}\right] = \frac{E}{R_1},$$

откуда R_1=10 *Ом*, R_2=10R_1=100 *Ом*.

Задача № 7



В цепи известны показание вольтметра, равное 24 *В*, и значения параметров $R_1 = R_2 = R3 = 2$ *Ом*, $E_2 = 8$ *В*.

Определите показание вольтметра в случае размыкания ветви с сопротивлением R_2.

Решение

Решение основано на применении метода двух узлов.

Напряжение вольтметра $U_{V'}$ $(U_{V'} = 24B)$ по методу двух узлов:

$$U_{V'} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_{23}}},$$

где R_{23} – параллельное соединение сопротивлений R_2 и R_3:

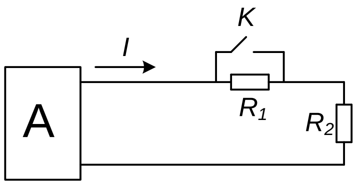
$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}; \quad R_{23} = 1 \text{ } Ом.$$

Из этого выражения можно определить ЭДС источника E_1:
$E_1 = 88$ *В*.

В случае обрыва ветви с сопротивлением R_2 показание вольтметра $U_{V''}$ определяется в соответствии с выражением:

$$U_{V''} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_3}} = \frac{\dfrac{88}{2} - \dfrac{8}{2}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}} = 40 \text{ } В.$$

Задача № 8



В цепи известно, что при замыкании ключа *K* ток *I* изменяется от 5 *А* до 10 *А*. Величины сопротивления R_1=10 *Ом*, R_2=5 *Ом*.

Определите параметры активного двухполюсника.

Решение

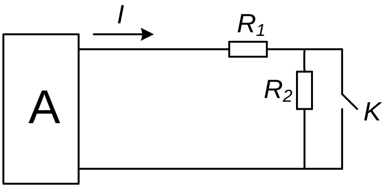
При решении данной задачи, очевидно, что параметры эквивалентного генератора $E_{эк}$ и $R_{эк}$ не зависят от положения ключа *К*. Поэтому решение системы уравнений

$$E_{эк} = I^{'}(R_{эк} + R_1 + R_2), \qquad E_{эк} = I^{''}(R_{эк} + R_2),$$

где $I^{'} = 5\,A$ и $I^{''} = 10\,A$, дает искомые значения $E_{эк}$ и $R_{эк}$.

Ответ: $E_{эк}$= 100 *В*, $R_{эк}$=5 *Ом*.

Задача № 9



В цепи известно, что замыкание ключа *K* ток *I* изменяется от 3 *A* до 6 *A*. Величины сопротивления R_1=10 *Ом*, R_2=5 *Ом*.

Определить параметры активного двухполюсника.

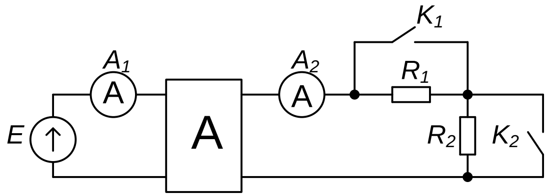
Решение

При решении данной задачи, очевидно, что параметры эквивалентного генератора $E_{эк}$ и $R_{эк}$ не зависят от положения ключа *K*. Поэтому решение системы уравнений

$$E_{эк} = I^{'}(R_{эк} + R_1 + R_2), \qquad E_{эк} = I^{''}(R_{эк} + R_2),$$

Ответ: $E_{эк}$=40 В, $R_{эк}$=10/3 Ом.

Задача № 10



В цепи известны показания амперметров A_1 и A_2 при различных положениях ключей K_1 и K_2. При разомкнутых ключах K_1 и K_2 показания амперметров равны 4,5 *А* и 1,5 *А* соответственно. При замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2 показания амперметров равны 6 *А* и 3 *А*.

Величины сопротивления R_1=40 *Ом*, R_2=20 *Ом*. Определите показания амперметров A_1 и A_2 при замкнутом ключе K_2 и разомкнутом K_1.

Решение

Решение основано на использовании теоремы об активном двухполюснике и теоремы о линейных соотношениях.

В соответствии с теоремой об эквивалентном генераторе для токов, протекающих через амперметр A_2, при различных положениях ключей K_2 и K_1 можно записать:

$$I'_2 = \frac{E_{эк}}{R_{эк} + R_1 + R_2}; \tag{1}$$

$$I''_2 = \frac{E_{эк}}{R_{эк} + R_2}; \tag{2}$$

$$I'''_2 = \frac{E_{эк}}{R_{эк} + R_1}. \tag{3}$$

Здесь $I_2' = 1{,}5\ A,\ I_2'' = 3\ A,\ I_2'''$ – искомый ток.

Определив из уравнений (1) и(2) значения параметров эквивалентного генератора $E_{эк}$ и $R_{эк}$, из уравнения (3) найдем значение тока I_2 при разомкнутом ключе K_1 и замкнутом K_2 ($E_{эк}$= 120 *В*, $R_{эк}$= =20 Ом и $I'''_2 = 2\ A$). Для вычисления I_1 воспользуемся принципом линейности, согласно которому изменения всех токов связаны между собой простыми линейными уравнениями, если это изменение токов вызвано изменением параметров (сопротивления или ЭДС) только одной ветви (или изменением тока в одном источнике тока). Таким образом, для токов I_1 и I_2 можно записать $I_1 = a + bI'_2$. Расписывая для различных положений ключей K_1 и K_2 данное уравнение и определяя коэффициенты a и b, найдем искомое значение тока I_2:

$$I'_1 = a + bI'_2; \tag{4}$$

$$I''_1 = a + bI''_2; \tag{5}$$

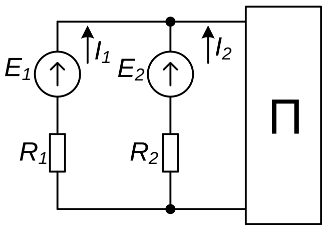
$$I'''_1 = a + bI'''_2 \tag{6}$$

или $4{,}5 = a + 1{,}5b; \quad 6{,}0 = a + 3b; \quad I'''_1 = a + 2b.$

Из формул (4), (5) определяем *a* и *b* (*a*=3, *b*=1), из формулы (6) определяем I'''_1 $(I'''_1 = 5\ A).$

Ответ: $I_1 = 5\ A, \quad I_2 = 2\ A.$

Задача № 11



В цепи два реальных источника ЭДС подключены параллельно к полюсам пассивного двухполюсника. Известно, что при E_1=200 *В* и E_2=150 *В* величины токов I_1= 50 *А*, I_2= 100 *А*. Если увеличить ЭДС E_2 до 280 *В* (при неизменной E_1), то ток I_2 увеличится до 200 *А*.

Определите значения внутренних сопротивлений источников ЭДС R_1 и R_2.

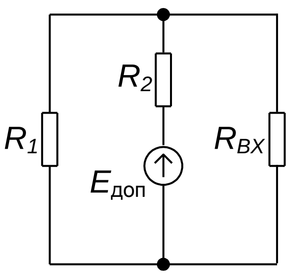
Решение

Решение основано на применении законов Кирхгофа и метода наложения:

$$E_1 = I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_{BX}; \quad E_2 = I_2 R_2 + (I_1 + I_2) R_{BX},$$

$$E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2, \quad 50 = 50 R_1 - 100 R_2;$$

или (1)



$$R_{BX} = \frac{4 - R_1}{3}; \tag{2}$$

$$R_1 = 4 - 3R_{BX}. \tag{3}$$

Дополнительное соотношение для определения параметров можно получить, используя данные второго режима и решая эту задачу методом наложения.

Считая приращение E_2 аналогичным включению дополнительного источника, получаем расчетную схему рис. В этой схеме $E_{доп}$ = 130 *В*, $I'_2 = 100\,\hat{A}$. Поэтому

$$130 = 100\left(R_2 + \frac{R_1 R_{BX}}{R_1 + R_{BX}}\right). \tag{4}$$

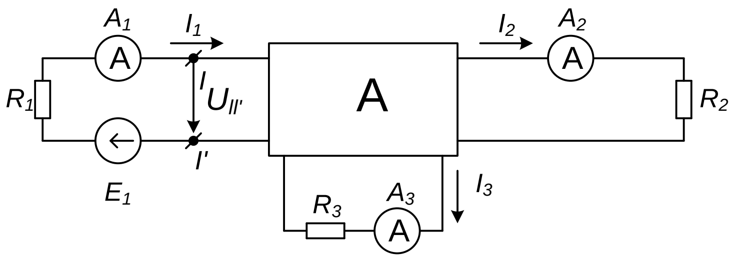
Решая совместно (1), (2), (3), находим R_{BX} , а затем R_1 и R_2 .

Ответ: $R_{BX} = 1/3\,Ом,\ R_1 = 3\,Ом,\ R_2 = 1\,\hat{I}\ \grave{i}$.

Задача № 12

В цепи известны следующие режимы:

1) При E_1= 0 и R_1= 20 *Ом* значения токов в ветвях I_1= 5 *А*, I_2= =10 *А*, I_3= 5 *А*.
2) При E_1= 0 и R_1= 5 *Ом* значения токов в ветвях I_1= 10 *А*, I_2= =7,5 *А*, I_3= 15 *А*.



Определите величину E_1 при которой ток I_2 станет равным 0, если R_1= 5 *Ом*. Найти при этих условиях величину тока I_3.

Решение

Решение основано на использовании принципа линейных соотношений между токами и напряжениями цепи.

Используем теорему компенсации. Падение напряжения на сопротивлении R_1 эквивалентной ЭДС: запишем для первой ветви:

$$E_{1\text{ýêâ}(1)} = I_{1(1)} R_{1(1)} = 100\ \hat{A},\ E_{1\text{ýêâ}(2)} = I_{1(2)} R_{1(2)} = 50\ \hat{A}.$$

Далее используется принцип линейности, запишем:

$$\Delta I_K = b \Delta E_M$$

Для заданных режимов:

$$\Delta E_{1\text{ÝÊÂ}} = -50\ \hat{A};\ \ \Delta I_1 = 5\ A;\ \ \Delta I_2 = -2,5\ A;\ \ \Delta I_3 = 10\ A.$$

Чтобы ток I_2 уменьшился до нуля от начального значения

10 *А*, мы должны изменить эквивалентную ЭДС $E_{1\text{ÝÄÑ}}$ до значения, которое определяется соотношением:

$$\frac{E_{1\text{ÝÊÂ}\,(3)} - E_{1\text{ÝÊÂ}\,(1)}}{\Delta E_1} = \frac{0 - I_{2(1)}}{\Delta I_2},$$

оттуда $E_{1\text{ÝÊÂ}\,(3)}$=–100 *В*. Величину тока $I_{1(3)}$ определяем из соотношения:

$$\frac{I_{1(3)} - I_{1(1)}}{\Delta I_1} = \frac{0 - I_{2(1)}}{\Delta I_2};$$

откуда $I_{1(3)} = 25\ A$. Так как $E_{1\text{ÝÊÂ}} = U_{11}{}'$, то в соответствии с законом Кирхгофа можем записать:

$$E = I_{1(3)} R_{1(3)} + U_{11}{}',$$

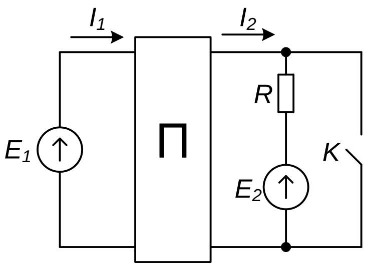
откуда $E = 25\ B$.

Величину тока $I_{3(3)}$ определяем из соотношения:

$$\frac{I_{3(3)} - I_{3(1)}}{\Delta I_3} = \frac{0 - I_{2(1)}}{\Delta I_2},$$

откуда $I_3 = 45\ A$.

Задача № 13



В цепи к выходным полюсам линейного пассивного симметричного четырехполюсника подключен источник E_1= 50 *В*, а к выходным полюсам подключен источник E_2= 15 *В* и резистор *R*= 5 *кОм*. Известно, что при замкнутом ключе *К* ток I_1= 10 *мА*, а ток I_2= 5 *мА*.

Определите величины токов при разомкнутом ключе *К*.

Решение

Решение основано на использовании теорем об эквивалентном генераторе и компенсации, а также принципа взаимности.

Так как четырехполюсник симметричный, его входное сопротивление при замкнутом ключе K_1 относительно зажимов $1-1'$ равно сопротивлению относительно зажимов $2-2'$, поэтому:

$$R_{1BX} = R_{2BX} = \frac{E_1}{I_1} = \frac{50}{10\cdot 10^{-3}} = 5\cdot 10^3 \text{Ом} \quad .$$

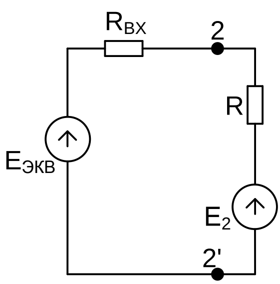


Рис. 1.10

Следовательно, относительно зажимов $2-2'$ схема представляет собой активный двухполюсник с параметрами $R_{BX} = 5\ \text{кОм}$, $E_{ЭК} = I_{2K3}R_{BX} = 25\ B$, а эквивалентная схема для случая разомкнутого ключа имеет вид, показанный на рис.1.10.

По эквивалентной схеме определяется ток:

$$I_2^{'} = \frac{E_{\text{ÝÊÂ}} - \text{Å}_2}{R_{BX} + R} = \frac{25 - 15}{5 + 5} = 1\ \text{ì À}.$$

Включение ветви R, E_2 эквивалентно включению в схему дополнительного источника: $E_{\text{ÊÎ Ì}} = E_2 + I_{2'} R = 20\ B.$

Решая задачу с использованием принципа взаимности, находим приращение тока I_1 от компенсационного источника:

$$I_{1KOM} = \frac{E_{KOM}}{E_1} I_2 = 2\ \text{ì À},$$

откуда

$$I_1^{'} = I_1 - I_{1KOM} = 10 - 2 = 8\ \text{ì À}.$$

Задача № 14

Определите такое значение сопротивления R_H, чтобы изменение сопротивления R_9 не вызывало изменение токов в остальных элементах цепи рис. 1.

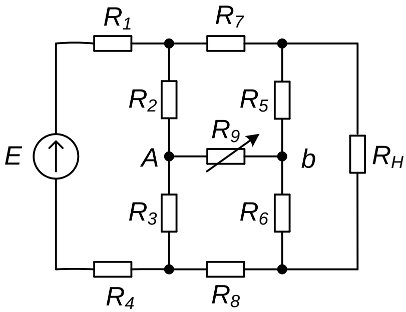


Рис. 1

Решение

Решение связано с тем, что изменение величины сопротивления R_9 не будет вызывать изменения режима в схеме при условии, что ток через него равен нулю, т.е. схема работает в режиме уравновешенного моста.

После преобразования треугольника *cbd* в звезду переходим к схеме рис. 2, где

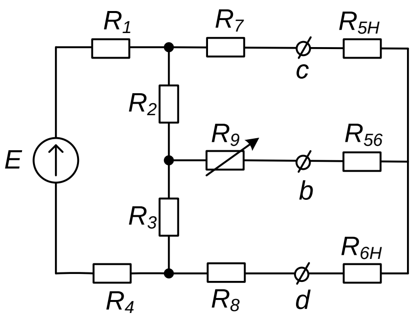


Рис. 2

$$R_{5H} = \frac{R_5 R_H}{R_5 + R_6 + R_H},$$

$$R_{6H} = \frac{R_6 R_H}{R_5 + R_6 + R_H}.$$

Условием равновесия моста является равенство произведений сопротивлений противоположных плеч моста:

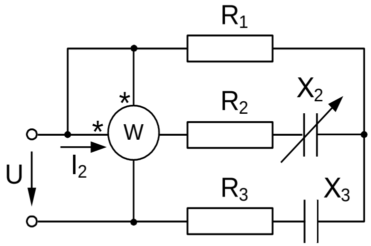
$$R_2\left(R_8 + \frac{R_6 R_H}{R_5 + R_6 + R_H}\right) = R_3\left(R_7 + \frac{R_5 R_H}{R_5 + R_6 + R_H}\right),$$

откуда

$$R_H = \frac{\left(R_5 + R_6\right)\left(R_2 R_8 - R_3 R_7\right)}{R_3\left(R_5 + R_7\right) - R_2\left(R_6 + R_8\right)}.$$

Цепи синусоидального тока

Задача № 15



Дано:
$R_1 = R_2 = R_3 = 10$ *Ом* ;
$X_3 = 5$ *Ом*.

Определить значение X_2, при котором показания ваттметра будет равно нулю.

Решение

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_3 + \dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\dot{U}\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\right) + \underline{Z}_1\underline{Z}_2} =$$

$$= \frac{\dot{U}R_1}{\left(R_3 - jX_3\right)\left(R_1 + R_2 - jX_2\right) + R_1\left(R_2 - jX_2\right)} =$$

$$= \frac{\dot{U}R_1}{\left[R_3\left(R_1 + R_2\right) + R_1R_2 - X_2X_3\right] - j\left[X_3\left(R_1 + R_2\right) + R_3X_2 + R_1X_2\right].}$$

Указанное условие сдвига фаз $\dot{U}$ и $\dot{I}_2$ будет выполняться, если вещественная часть знаменателя последней дроби будет равна нулю:

$$R_3(R_1+R_2)+R_1+R_2-X_2X_3=0,$$

откуда

$$X_2 = \frac{R_3(R_1 + R_2) + R_1R_2}{X_3} = \frac{10\left(10+10\right)+10\cdot 10}{5} = 60 \text{ Ом}.$$

Ответ: $X_2 = 60$ *Ом*.

Задача № 16

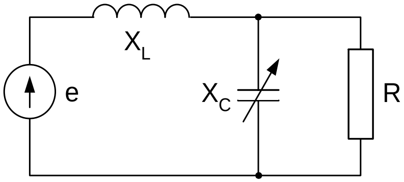


Рис.1

При каком значении X_C активная мощность, передаваемая источником приемнику с сопротивлением R, максимальна, если ***e***=141,2 $\sin \omega t$ *А*; X_L=10 *Ом*; *R*= 50 *Ом*.

Чему равна эта мощность?

Решение

1. Источник ЭДС *e* с индуктивным сопротивлением X_L представляем активным двухполюсником и заменяем эквивалентной схемой замещения (Рис.2),

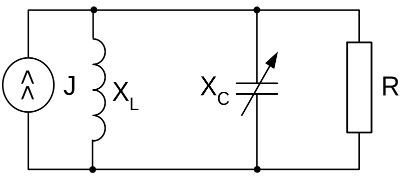


Рис.2

где

$$\dot{J} = \frac{\dot{E}}{jX_L} = \frac{100}{j10} = -j10 \ A.$$

Максимальная мощность, будет иметь место при резонансе токов, а именно при

$$X_C = X_L = 10 \ Ом.$$

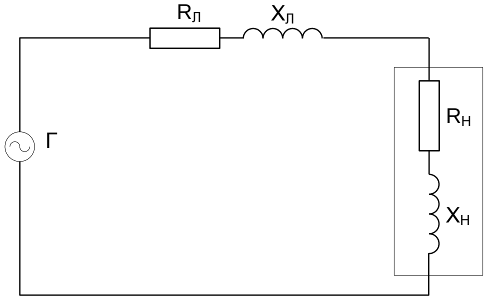
Потребляемая мощность

$$P = I^2 R = 10^2 \, 50 = 5000 \ Вт.$$

Ответ: 5000 *Вт*.

Задача № 17

Генератор, питающий линию электропередач (ЛЭП), отдает активную мощность $P_Г$ = 40 *кВт*. Напряжение генератора $U_Г$ = 3,3 *кВ*.



Параметры ЛЭП: $R_Л$=10 *Ом,* $X_Л$=60 *Ом.*

Активная мощность, потребляемая активно индуктивным приёмником $P_Н$=32 *кВт*.

Определите напряжение на приемнике и параметры приемника: $R_Н$ и $X_Н$.

Решение

Комплексное сопротивление линии: $\underline{Z}_Л = R_Л + jX_Л$ = 10+*j*60 *Ом*.

Исходя из того, что активные потери в линии можно определить по выражению $P_Л = I^2 R_Л$ и в соответствии с балансом мощности модуль тока определим как: $I = \sqrt{\frac{P_{\tilde{A}} - P_{\acute{I}}}{R_{\ddot{E}}}} = 28{,}248 \quad \grave{A}$.

Активное сопротивление нагрузки:

$$R_{\acute{I}} = \frac{P_{\acute{I}}}{I^2} = \frac{32 \cdot 10^3}{28{,}248^2} = 40 \quad \hat{I}\,\grave{i}\,.$$

Полная мощность, отдаваемая генератором и соответственно потребляемая всей цепью,

$$S_{\tilde{A}} = U_{\tilde{A}} \cdot I = 3{,}3 \cdot 10^3 \cdot 28{,}248 = 93{,}34 \quad \hat{e}\hat{A}\grave{A}.$$

Фазовый сдвиг между током и напряжением в линии:
$$\varphi_{\ddot{E}} = arccos\left(\frac{R_{\ddot{E}}}{\sqrt{R_{\ddot{E}}^2 + \tilde{O}_{\ddot{E}}^2}}\right) = arccos\left(\frac{10}{\sqrt{10^2 + 60^2}}\right) = 80{,}538°.$$

Фазовый сдвиг между током и напряжением генератора
$$\varphi_{\tilde{A}} = arccos\left(\frac{P_{\tilde{A}}}{S_{\tilde{A}}}\right) = arccos\left(\frac{40\cdot 10^3}{93{,}34\cdot 10^3}\right) = 64{,}624°.$$

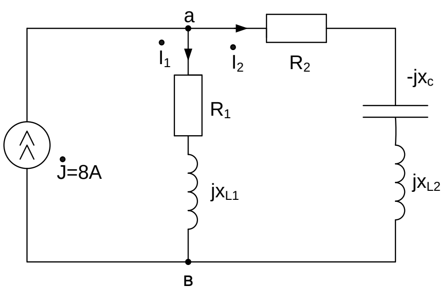
Принимая фазу тока равной нулю, определим вектор падения напряжения на линии:
$$\dot{U}_{\ddot{E}} = \dot{I}Z_{\ddot{E}} = 28{,}248\cdot(10 + j60\ ) = 282{,}48 + j1697 \quad \hat{A}.$$

Комплексное напряжение генератора
$$\dot{U}_{\tilde{A}} = U_{\tilde{A}}e^{j\varphi_{\tilde{A}}} = 3{,}3\cdot 10^3 e^{j64{,}624} = (1{,}414 + j2{,}982)\cdot 10^3 \quad \hat{A}\cdot$$

Напряжение на потребителе:
$$\dot{U}_{\acute{I}} = \dot{U}_{\tilde{A}} - \dot{U}_{\ddot{E}} = (1{,}414 + j2{,}982)\cdot 10^3 - (282{,}48 + j1697) =$$
$$= (1{,}131 + j1{,}285)\cdot 10^3\ \hat{A}.$$

Комплексное сопротивление потребителя
$$Z_{\acute{I}} = \frac{\dot{U}_{\acute{I}}}{\dot{I}} = \frac{(1{,}131 + j1{,}285)\cdot 10^3}{28{,}248} = (40 + j45{,}416) \quad \hat{I}\ \grave{\imath}\ \cdot$$

Задача № 18



В цепи установившийся синусоидальный режим: R_1=0,25 *Ом*, X_{L1}=0,5 *Ом*, P_{R1}=4 *Вт*, Q = 8 *Вар*.

Найдите величину сопротивления R_2, если действующее значение источника тока равно J= =8 *А*.

Решение

$$Ð_{R1} = I_1^2 R_1 \Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{Ð_{R1}}{R_1}} = \sqrt{\frac{4}{0,25}} = 4\ \grave{A};$$

$Q_{\tilde{O}L} = I_1^2 \tilde{O}_L = 4^2 \cdot 0,5 = 8\ \hat{A}\grave{a}\eth$; $\quad Q_\Sigma = Q_{\tilde{O}L1} + Q_{\tilde{O}L2} - Q_{\tilde{O}\tilde{N}}$, т.к. $Q_{\tilde{O}L1} = Q_\Sigma$, то $Q_{\tilde{O}L2} - Q_{\tilde{O}\tilde{N}} = 0$ => во второй ветви имеет место резонанс напряжений.

Предполагая, что напряжение $u_{ав}$ и ток I_2 направлены по оси действительных чисел, то

$\dot{I}_1 = 4e^{j0}$, где

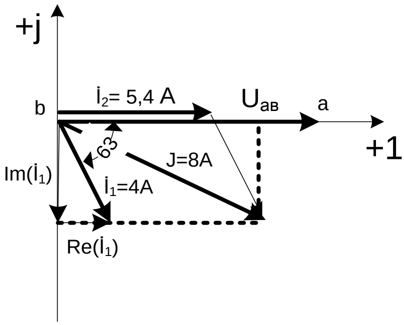
$$|\varphi_1| = arc\,tg\frac{Q_1}{Ð_1} = arc\,tg\frac{\tilde{O}_1}{R_1} = arc\,tg 2 = 63,43^\circ \Rightarrow$$

$$\dot{I}_1 = 4e^{-j63,43^\circ} = 1,79 - j3,58\ \grave{A}.$$

Из векторной диаграммы следует:

$$\dot{I}_2 = \sqrt{J^2 - \left(Im\,I_1^2\right)} - Re\left(I_1\right) = \sqrt{8^2 - 3,58^2} - 1,79 = 5,36\ \grave{A}.$$

Найдем напряжение



$$u_{\grave{a}\hat{a}} = I_1 z_1 = 4 \cdot \sqrt{0,25^2 + 0,5^2} =$$
$$= 4 \cdot 0,56 = 2,24\,\hat{A}.$$

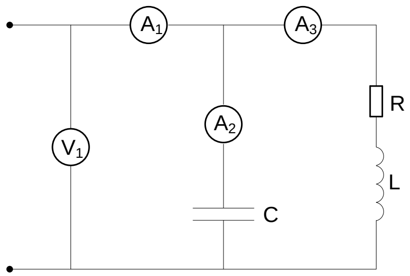
Исходя из резонанса $u_{ав}$ = u_{R2} =>

$$R_2 = \frac{u_{R2}}{I_2} = \frac{2,24}{5,36} = 0,418\,\hat{I}\;\grave{i}$$

.

Ответ: R_2=0,418 *Ом*.

Задача № 19

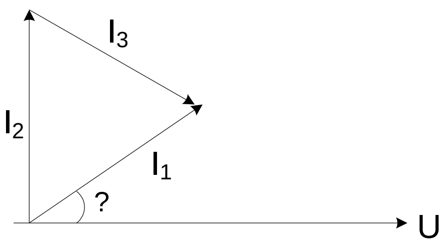


Показания приборов:
V_1=200 *В*;
$I_{A1} = I_{A2} = I_{A3} = 20\ A.$

Найти потребляемую активную мощность.

Решение

1. Исходя из равенства действующих значений токов ($I_{A1} = I_{A2} = I_{A3} = 20\ A.$), векторы данных токов образуют равносторонний треугольник (см. векторную диаграмму).



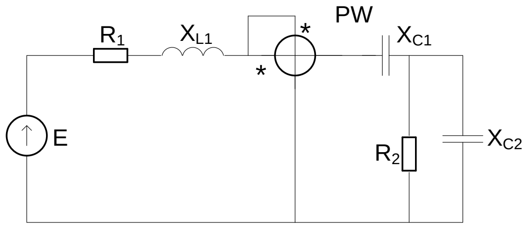
Тогда α= –30° (ток $\dot{I}_1$ опережает напряжение).

2. Следовательно, $\dot{I}_1 = 20e^{+j30^o} A.$

3. $P = UI_1 cos 30^o = 200 \cdot 20 \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot 2000 \hat{A}\grave{o}$.

Задача № 20

Определить действующее значение ЭДС E, если R_1=10 *Ом*;
X_{L1}=20 *Ом*;
X_{C1}=20 *Ом*;
R_2=20 *Ом*;
X_{C2}=20 *Ом*;
P_W=500 *Вт*.



Решение

1. $I_{R2} = \sqrt{\dfrac{P_W}{R_2}} = \sqrt{\dfrac{500}{20}} = 5.$

2. $U_{R2} = R_2 I_{R2} = 20 \cdot 5 = 100.$

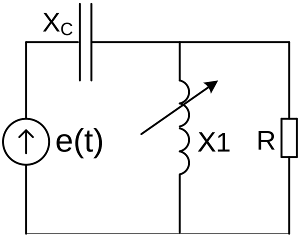
3. $\dot{I}_{C2} = \dfrac{\dot{U}_{R2}}{-jX_{C2}} = \dfrac{100}{-j20} = j5.$

4. $\dot{I} = \dot{I}_{R2} + \dot{I}_{C2} = 5 + j5.$

5. $\dot{E} = \left(R_1 + jX_{L1} - jX_{C1}\right)\dot{I} + \dot{U}_{R2} = 50(1+j)(1+j) + 100 =$

$= 50(1+2j-1) + 100 = 100 + j100 \rightarrow E = \sqrt{2} \cdot 100.$

Задача № 21



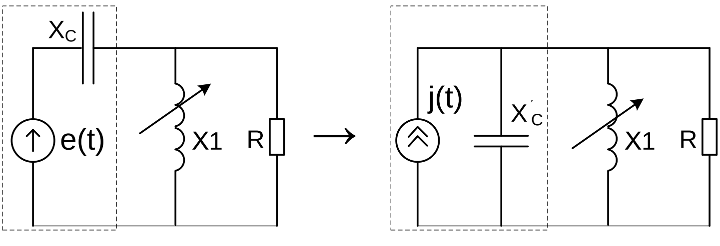
При каком значении X_L ток через резистор будет максимальным, если $e(t) = 220\sqrt{2}\,sin\,\omega t$ *В*; *Xc*=20 *Ом*; *R*=100 *Ом*.

Определите действующие значения токов во всех ветвях.

Решение

Максимальным ток будет в режиме согласованной нагрузки.

Для решения данной задачи наиболее эффективно использовать метод активного двухполюсника с преобразованием последовательной схемы замещения в параллельную



Параллельная схема замещения имеет следующие параметры:

$$\dot{J} = \frac{\dot{E}}{-jX_C} = \frac{220}{20e^{-j90^\circ}} = 11e^{j90^\circ}\ A.$$

В соответствии со схемой, максимальный ток будет при X_L=X_C, т.е. при резонансе токов (весь ток от источника тока идет через резистор R)

$$\dot{I}_R = \dot{J} = 11e^{j90^\circ}\ A.$$

Падение напряжения на резисторе

$$\dot{U}_R = \dot{I}_R R = 11e^{j90^\circ} \cdot 100 = 1100e^{j90^\circ} B.$$

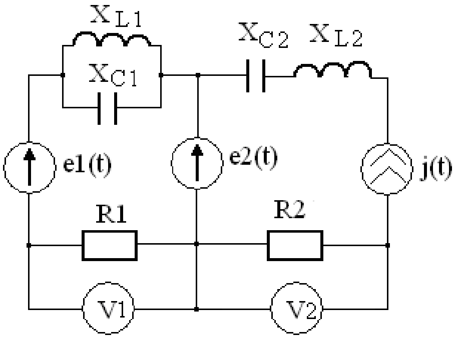
Ток через индуктивное сопротивление

$$\dot{I}_{XL} = \frac{\dot{U}_R}{20e^{j90^\circ}} = \frac{1100e^{j90^\circ}}{20e^{j90^\circ}} = 55\ A.$$

Ток ветви источника напряжения с конденсатором равен

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_{XL} = 55 + j11\ A.$$

Задача № 22



Определить показания вольтметров электромагнитной системы, если

R_1=24 *Ом*; R_2=12 *Ом*; $X_{L1} = X_{C1}$ =6,2 *Ом*; $X_{L2} = X_{C2}$ = 14 *Ом*;

$e_1(t)$=141*sin*314*t* *В*; $e_2(t)$=141*sin*(314*t* + 90º) *В*; $j(t)$=2,82*sin*(314*t* – 90º) *А*.

Решение

Исходя из резонанса токов (X_{L1}=X_{C1}) ток в первом контуре будет равен нулю.

Отсюда $U_{V1}=0\ \hat{A}$.

Во втором контуре – резонанс напряжений (X_{L2}=X_2).

Ток во втором контуре определяется источником тока

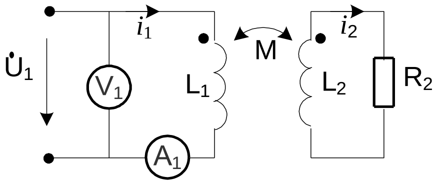
$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{2{,}82e^{-j90^\circ}}{\sqrt{2}} = 2e^{-j90^\circ}\ \grave{A};$$

$$\dot{U}_{V2} = \dot{I}R_2 = 2e^{-j90^\circ}\cdot 12 = 24e^{-j90^\circ}\ \hat{A}.$$

U_{V2}= 24 *В*.

Цепи со взаимными индуктивностями

Задача № 23



В схеме известны показания приборов электродинамической системы амперметра $I_1 = 2\sqrt{2}\ \grave{A}$, вольтметра $U_1 = 10\sqrt{5}\ \hat{A}$; $i_2(t) = \sqrt{2}\sin 100t\ (\grave{A})$; R_2=X_{L2}=20 *Ом*.

Определить: собственные L_1, L_2 и взаимную M_{12} индуктивности; коэффициент связи $K_{\text{св}}$. Записать мгновенные значения напряжения $u_1(t)$ и $i_1(t)$.

Решение

$$\tilde{O}_{L2} = \omega L_2 \Rightarrow L_2 = \frac{\tilde{O}_{L2}}{\omega} = \frac{20}{100} = 0{,}2\ \tilde{A}\acute{\imath}\ \cdot$$

Комплекс действующего значения вторичного тока равен $\dot{I}_2 = 1\cdot$

Для вторичного контура уравнение Кирхгофа:

$$\dot{I}_2\left(R_2 + jX_{L2}\right) - \dot{I}_1 jX_{\grave{I}} = 0\cdot$$

Пусть $\dot{I}_1 = I_1 e^{j\varphi_1}$, тогда

$$\left(20 + j20\right)\cdot 1 = jX_{\grave{I}}\ \dot{I}_1 \quad \text{или} \quad 20\sqrt{2}e^{j45^\circ} = 2\sqrt{2}\tilde{O}_{\grave{I}}\ e^{j\left(90^\circ + \varphi_1\right)}.$$

Откуда

$$\tilde{O}_{\grave{I}} = 10\,\hat{I}\ \grave{\imath}\ , \quad \tilde{O}_{\grave{I}} = \omega\grave{I} \ \Rightarrow \grave{I}_{\ 12} = \frac{\tilde{O}_{\grave{I}}}{\omega} = \frac{10}{100} = 0{,}1\,\tilde{A}\acute{\imath}\,;$$

$$\varphi_1 = 45^\circ - 90^\circ = -45^\circ.$$

Тогда $\dot{I}_1 = 2\sqrt{2}\angle -45^\circ = 2 - j2.$

Мгновенное значение тока $i_1(t) = 4\sin\left(100t - 45^\circ\right)\left(\grave{A}\right)\cdot$

Для первичного контура имеем

$$\dot{U}_1 = j\tilde{O}_{L1}\dot{I}_1 - jX_{\grave{I}}\,\dot{I}_2$$

или $\dot{U}_1 = j\tilde{O}_{L1}\left(2 - j2\right) - j10\cdot 1,$ или $\dot{U}_1 = 2\tilde{O}_{L1} + j\left(2\tilde{O}_{L1} - 10\right)\cdot$

Переходя к модулям, возводя их в квадрат, получаем:

$$U_1^2 = \left(2\tilde{O}_{L1}\right)^2 + \left(2\tilde{O}_{L1} - 10\right)^2.$$

Получено квадратное уравнение относительно параметра X_{L1}:

$$500^2 = 4X_{\mathrm{L1}}^{\ 2} + 4X_{\mathrm{L1}}^{\ 2} - 40X_{\mathrm{L1}} + 100.$$

Его решение дает

$$\tilde{O}_{L1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25 + 50} = 2,5 \pm 7,5;$$

$$\tilde{O}_{L1} = 10\,\hat{I}\ \grave{\imath}\ ; \quad L_1 = \frac{\tilde{O}_{L1}}{\omega} = \frac{10}{100} = 0,1\,\tilde{A}\acute{\imath}\,.$$

Коэффициент связи К $_{\text{св}}$

$$\hat{E}_{\tilde{n}\hat{a}} = \frac{\tilde{O}_{\grave{I}}}{\sqrt{\tilde{O}_{L1}\tilde{O}_{1,2}}} = \frac{10}{\sqrt{10\cdot 20}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707.$$

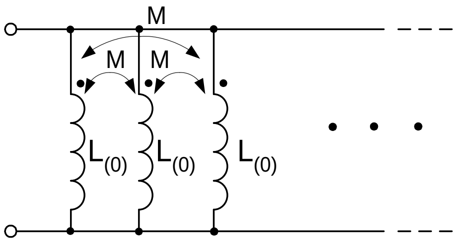
Комплекс действующего значения входного напряжения

$$\dot{U}_1 = j10\left(2 - j2\right) - j10 = 20 + j10 = 10\sqrt{5}\angle 26,6^\circ.$$

Мгновенное значение этого напряжения

$$u_1(t) = 10\sqrt{10}\sin\left(100t + 26,6^\circ\right)\left(\hat{A}\right).$$

Задача № 24



В схеме n– катушек индуктивностью L_0 каждая соединены параллельно. Взаимная индуктивность между любыми из них равна $\boldsymbol{M}$.

Определите эквивалентную индуктивность цепи при числе катушек $n \to \infty$.

Решение

Ток в неразветвленном участке цепи равен сумме токов n катушек.

$$I = n\frac{U}{\omega\left[L_0 + (n-1)M\right]}$$

$$L_{экв} = \frac{L_0 + (n-1)M}{n}$$

При $n \to \infty$ получаем $L_{экв} \to M$.

Задача № 25

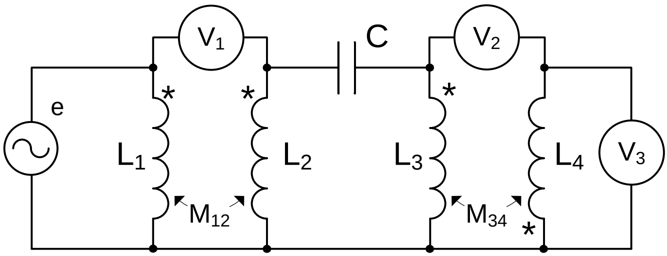


Рис. 1

В цепи: $e = 120\sqrt{2}\,sin\,4000t$ *В*, $L_1 = L_3 = 20$ *мГн*, $L_2 = L_4 = 25$ *мГн*, $M_{12} = M_{34} = 10$ *мГн*, $C = 2{,}5$ *мкФ*.

Определите показания вольтметров, реагирующих на действующее значение напряжения.

Катушки индуктивности считайте идеальными, собственной проводимостью вольтметров пренебречь.

Решение

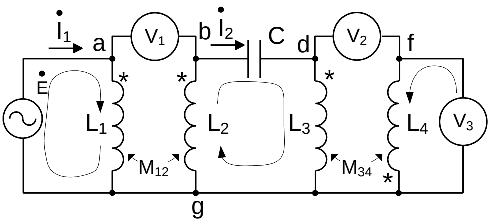


Рис.2

$$\dot{E} = 120\,\hat{A},$$

$$x_{L1} = x_{L3} = \omega L_1 = 4000 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = $$
$$= 80\,\hat{I}\,\grave{i}\ ;$$

$$x_{L2} = x_{L4} = \omega L_3 = 4000 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = $$
$$= 100\,\hat{I}\,\grave{i}\ ;$$

$$x_{\grave{I}\ 12} = x_{\grave{I}\ 34} = \omega \grave{I}_{\ 12} = 4000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 40\,\hat{I}\,\grave{i}\ ;$$

$$x_{\tilde{N}} = \frac{1}{\omega \tilde{N}} = \frac{1}{4000 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}} = 100\,\hat{I}\,\grave{i}\ \cdot$$

Выберем направления токов в ветвях и совпадающие с ними направления обходов контуров (рис. 2). Как следует из схемы, токи могут проходить только в двух замкнутых контурах (проводимостью вольтметров пренебрегаем по условию).

В соответствии с выбранными направлениями токов составляем уравнения по второму закону Кирхгофа

$$\begin{cases} \dot{I}_1 jx_{L1} - \dot{I}_2 jx_{M12} = \dot{E}, \\ \dot{I}_2 \left(jx_{L2} + jx_{L3} - jx_{\tilde{N}} \right) - \dot{I}_1 jx_{M12} = 0. \end{cases}$$

Решаем полученную систему уравнений относительно токов, подставляя численные значения:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 j80 - \dot{I}_2 j40 = 120, \\ \dot{I}_2 \left(j100 + j80 - j100 \right) - \dot{I}_1 j40 = 0. \end{cases}$$

Из второго уравнения выражаем ток I_2:

$$\dot{I}_2 j80 - \dot{I}_1 j40 = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{I}_2 j80 = \dot{I}_1 j40 \quad \rightarrow \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{j40}{j80} = 0{,}5\dot{I}_1 \ A,$$

полученное выражение для тока I_2 подставим в первое уравнение системы и выразим ток I_1:

$$\dot{I}_1 j80 - 0{,}5\dot{I}_1 j40 = 120 \quad \rightarrow \quad \dot{I}_1 j80 - \dot{I}_1 j20 = 120 \quad \rightarrow \quad \dot{I}_1 j60 = 120 \quad \rightarrow$$

$$\dot{I}_1 = \frac{120}{j60} = -j2 = 2\mathring{a}^{-j90} \ A.$$

Отсюда ток I_2: $\dot{I}_2 = 0{,}5\dot{I}_1 = 0{,}5\left(-j2\right) = -j1 = \mathring{a}^{-j90} \ A.$

Определим напряжение на катушке L_1 U_{bg} по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{bg} = -\dot{I}_2 jx_{L2} + \dot{I}_1 jx_{Ì\ 12} = -\left(-j1\right) j100 + \left(-j2\right) j40 = -100 + 80 = -20 \ B.$$

Определим напряжение на вольтметре V_1 U_{ab}:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{E} \ - \ \dot{U}_{bd} = 120 - \left(-20\right) = 140 \ B.$$

Определим напряжение на катушке L_3 U_{dg} по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{dg} = \dot{I}_2 jx_{L3} = \left(-j1\right) j80 = 80 \ \text{В}.$$

Определим напряжение на катушке L_4 U_{fg}, что является напряжением на V_3:

$$\dot{U}_{fg} = -\dot{I}_2 jx_{\grave{I}\ 34} = -(-j1)\, j40 = -40 \text{ В.}$$

Определим напряжение на вольтметре V_2 U_{df}:

$$\dot{U}_{df} = \dot{U}_{dg} - \dot{U}_{fg} = 80 - (-40) = 120 \text{ В.}$$

Цепи трехфазного переменного тока

Задача № 26

Дано:

$\omega L = 3R$; $R = 1/\omega C$.

$U_л$=380 В.

Определить показания вольтметра.

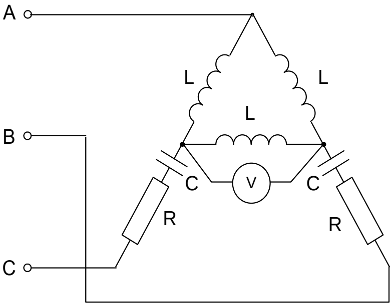


Рис.1

Решение

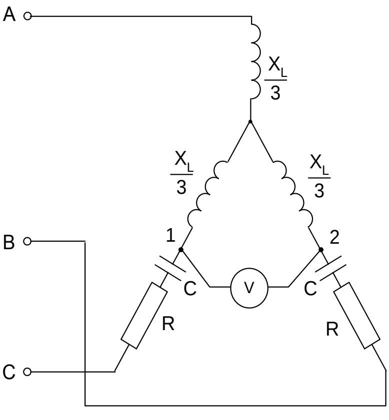


Рис.2

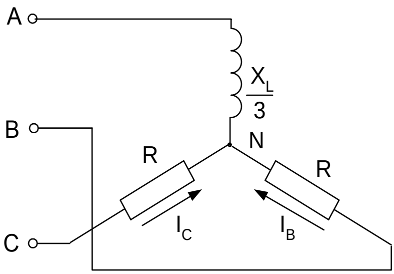
1. Треугольник из индуктивностей преобразуем в эквивалентную звезду, сопротивление каждого луча которой будет равно $\dfrac{X_L}{3} = X_{\tilde{N}}$.

2. Последовательно соединенные X_L и X_C равны и дают резонанс напряжений в ветвях фаз B и C, что позволяет перейти от схемы на рис. 2 к схеме на рис.3.

3. В схеме на рис. 3

$$\dot{I}_{\hat{A}} = \frac{\dot{U}_{\hat{A}} - \dot{\varphi}_N}{R}; \quad \dot{I}_{\tilde{N}} = \frac{\dot{U}_{\tilde{N}} - \dot{\varphi}_N}{R},$$

Тогда в схеме на рис.1.



$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_N + j\frac{X_L}{3}\dot{I}_{\tilde{N}} = \dot{\varphi}_N + j\frac{X_L}{3}\frac{\dot{U}_{\tilde{N}} - \dot{\varphi}_N}{R} =$$

$$= \dot{\varphi}_N + j\left(\dot{U}_{\tilde{N}} - \dot{\varphi}_N\right);$$

$$\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_N + j\frac{X_L}{3}\dot{I}_{\hat{A}} = \dot{\varphi}_N + j\frac{X_L}{3}\frac{\dot{U}_{\hat{A}} - \dot{\varphi}_N}{R} =$$

$$= \dot{\varphi}_N + j\left(\dot{U}_{\hat{A}} - \dot{\varphi}_N\right).$$

Рис.3

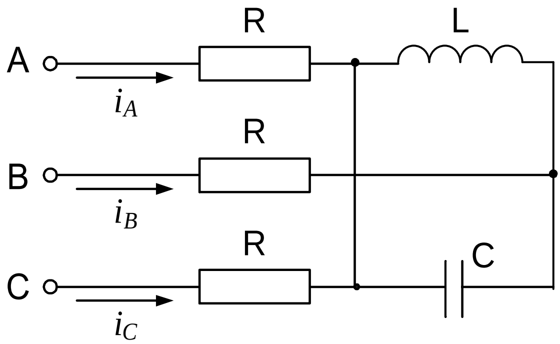
4. $\dot{U}_{12} = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_N + j\dot{U}_C - j\dot{\varphi}_N - \dot{\varphi}_N - j\dot{U}_{\hat{A}} + j\dot{\varphi}_N = j\dot{U}_{C\hat{A}}.$

Таким образом, вольтметр покажет

$$U_V = U_Л = 380 \text{ В}.$$

Ответ: 380 В.

Задача № 27



Определите токи в приведенной схеме $U_{лин}$=220 $В$; R=1/ωc= ωL=10 $Ом$.

Постройте векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение

1. В фазе B резонанс токов. Следовательно,

$$\dot{I}_B = 0 \text{ и } \dot{\varphi}_1 = \dot{U}_B \cdot$$

2. $$\dot{I}_A = -\dot{I}_{\tilde{N}} = \frac{\dot{U}_{AC}}{2R} = \frac{220e^{-j30^\circ}}{2\cdot 10} = 11e^{-j30^\circ}\grave{A}\cdot$$

3. Из векторной диаграммы видно, что $\dot{U}_{12} = 1{,}5\dot{U}_{\hat{A}} = 190{,}5e^{-j120^\circ}\hat{A}.$

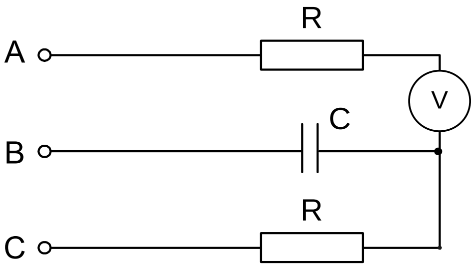
Тогда

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{12}}{jX_{\text{L}1}} = \frac{190{,}5e^{-j120^\circ}}{10e^{j90^\circ}} = 190{,}5e^{-j210^\circ}\grave{A};$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_1 = 190{,}5e^{-j30^\circ}\grave{A}\cdot$$

Задача № 28

В цепи $R = X_C$, $U_Л = 220$ $В$.



Определите показания вольтметра, считая его идеальным.

Решение

Запишем выражения для токов

В цепи фазы A - разрыв (так как вольтметр идеальный), поэтому ток I_A=0 А;

Падение напряжения на сопротивлении R в фазе A также равно нулю.

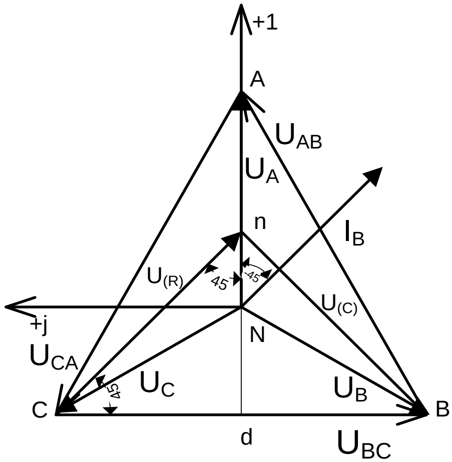
Токи фаз B и C равны и противоположны по направлениям, в соответствие со схемой, и по сути являются одним и тем же током, который определяется по закону Ома:

$$\dot{I}_B = -\dot{I}_{\tilde{n}} = \frac{\dot{U}_{\hat{A}\tilde{N}}}{R - jX_{\tilde{N}}} = \frac{220e^{-j90}}{R\sqrt{2}e^{-j45}} = \frac{220}{R\sqrt{2}}e^{-j45} \quad A,$$

и, как видим, исходя из равенства сопротивлений R и X_C, ток I_B опережает напряжение на угол 45º.

Исходя из того же равенства сопротивлений, падение напряжений U_R и U_C на R и X_C равны по модулю.

Напряжение U_R совпадает с током I_B по направлению, а U_C отстает от него на угол 90º, оба напряжения на диаграмме образуют прямоугольный треугольник ΔCnB с основанием CB (см. рис.).



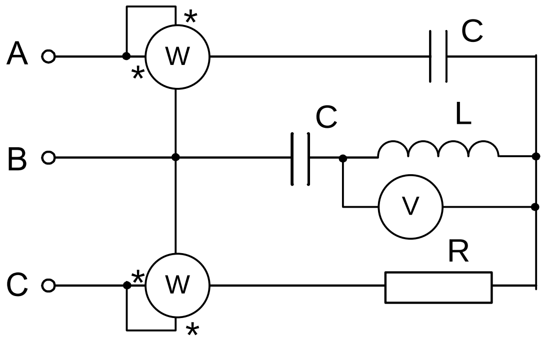
Опуская перпендикуляр из точки n на отрезок CB, имеем прямоугольный равнобедренный треугольник ΔCnd с основанием Cn, и прямоугольный треугольник ΔCNd, совместный анализ которых позволяет определить длину вектора Nn.

$$U_{Nn} = U_{nd} - U_{Nd} = \frac{U_{BC}}{2} - U_{\tilde{N}}\, sin30^{o} = \frac{220}{2} - \frac{220}{\sqrt{3}} sin30^{o} = 110 - 127 \cdot \frac{1}{2} = 46{,}5 \quad \hat{A}$$

.

Показание вольтметра равно $U_A - U_{Nn}$= 127 – 46,5= 80,5 B.

Задача № 29



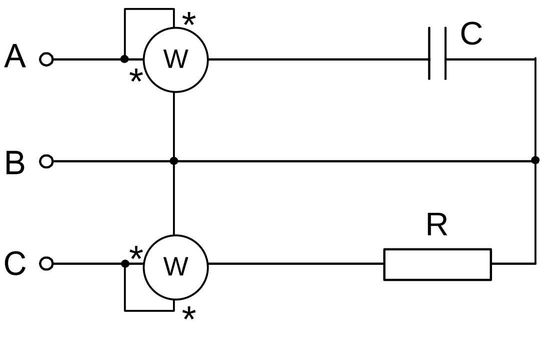
Определите показания приборов, если $U_{AB}= U_{BC}= U_{CA}=$ 220 *В*;

$$\frac{1}{\omega \tilde{N}} = \omega L = R = 100$$

Ом.

Решение

В ветви фазы *В* имеет место резонанс напряжений (падения напряжений на индуктивности и ёмкости компенсируют друг друга). В этом случае цепь можно представить схемой замещения (рис.) из которой следует, что потенциал нейтрального провода нагрузки оказался смещенным и совпал с потенциалом фазы *В*.



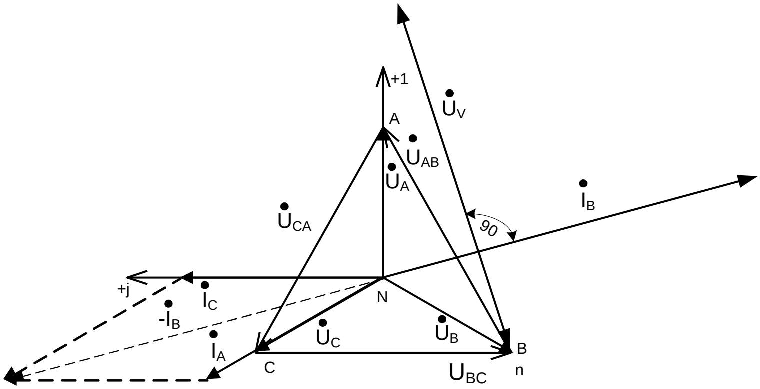
Ваттметр в фазе *А* оказывается подключенным на реактивную нагрузку конденсатора *С*, поэтому его показания равны нулю.

Ваттметр в фазе *С* оказывается подключенным на чисто активное сопротивление *R*, а само сопротивление подключено на линейное напряжение U_{CB}, поэтому показания ваттметра равны

$$U_{CB}^2/R=220^2/100=484 \text{ } Вт.$$

Определим ток фазы *А* исходя из того, что конденсатор *С* в данной фазе подключен на напряжение $\dot{U}_{AB}$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{A\hat{A}}}{-jX_{\tilde{N}}} = \frac{220e^{j30}}{100e^{-j90}} = 2{,}2e^{j120^{\circ}}\ A.$$



Определим ток фазы *C* исходя из того, что резистор *R* в данной фазе подключен на напряжение $\dot{U}_{C\hat{A}}$.

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{C\hat{A}}}{R} = \frac{220e^{j90}}{100} = 2{,}2e^{j90^{\circ}} \quad A.$$

Ток фазы *B* определим по первому закону Кирхгофа:

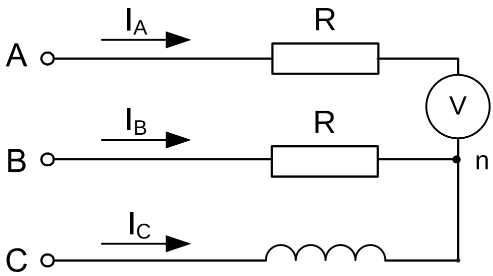
$$\dot{I}_B = -\left(\dot{I}_A + \dot{I}_{\tilde{n}}\right) = -2{,}2\left(e^{j120^{\circ}} + e^{j90^{\circ}}\right) = -4{,}25e^{j105^{\circ}} = 4{,}25e^{-j75^{\circ}} \quad A.$$

Падение напряжения на индуктивном элементе фазы *B* определим по закону Ома:

$$\dot{U}_L = \dot{I}_B \cdot jX_L = 4{,}25e^{-j75^{\circ}} \cdot 100e^{j90^{\circ}} = 425e^{j15^{\circ}} \quad B.$$

Показание вольтметра равно 425 *В*.

Задача № 30



$R = X_L$, $U_Л = 220$ *В*.

Определите показания вольтметра, считая его идеальным.

Решение

Запишем выражения для токов.

В цепи фазы *A* - разрыв (так как вольтметр идеальный), поэтому ток I_A=0 *A*.

Падение напряжения на сопротивлении *R* в фазе *A* также равно нулю.

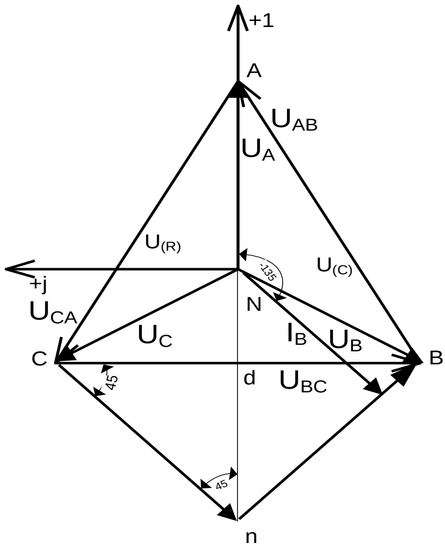
Токи фаз *B* и *C* равны и противоположны по направлениям, в соответствие со схемой, и по сути являются одним и тем же током, который определяется по закону Ома:

$$\dot{I}_B = -\dot{I}_{\tilde{N}} = \frac{\dot{U}_{\hat{A}\tilde{N}}}{R + jX_L} = \frac{220e^{-j90}}{R\sqrt{2}e^{+j45}} = \frac{220}{R\sqrt{2}} e^{-j135} A,$$

и, как видим, исходя из равенства сопротивлений *R* и X_L, ток I_B отстает от напряжения U_{BC} на угол 45º.

Исходя из того же равенства сопротивлений, падение напряжений U_R и U_L на *R* и X_L равны по модулю.

Напряжение U_R совпадает с током I_B по направлению, а U_L опережает его на угол 90º, оба напряжения на диаграмме образуют прямоугольный треугольник Δ*CnB* с основанием *CB* (см. рис.).

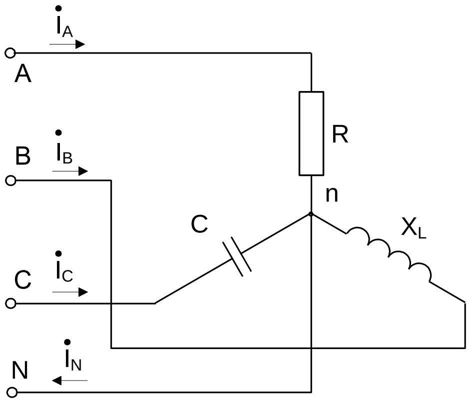


Опуская перпендикуляр из точки *n* на отрезок *CB* имеем прямоугольный равнобедренный треугольник Δ*Cnd* с основанием *Cn*, и прямоугольный треугольник Δ*CNd*, совместный анализ которых позволяет определить длину вектора *Nn*.

$$U_{Nn} = U_{nd} + U_{dN} = \frac{U_{BC}}{2} + U_{\tilde{N}}\, sin 30^\circ = \frac{220}{2} + \frac{220}{\sqrt{3}} sin 30^\circ = 110 + 127 \cdot \frac{1}{2} = 173{,}5\, \hat{A}.$$

Показание вольтметра равно $U_A - U_{Nn}$ = 127 + 173,5= 300,5 *В*.

Задача № 31



1. Какой величины должно быть сопротивление R, чтобы $I_N = 0$, если $\tilde{O}_{\tilde{N}} = \tilde{O}_L = 3\hat{I}\ \grave{i}$.

2. $U_{AB}=U_{BC}=U_{CA}=220$ *В*, $R = \tilde{O}_{\tilde{N}} = \tilde{O}_L = 3\hat{I}\ \grave{i}$.

Чему равен ток в нейтральном проводе?

3. Как изменится ток в нейтральном проводе, если катушку индуктивности включить в фазу C, а конденсатор в фазу B?

Решение

1. $$\dot{I}_N = \frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{\dot{E}_{\hat{A}}}{jX_L} + \frac{\dot{E}_{\tilde{N}}}{-jX_{\tilde{N}}} = 0;$$

$$\frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{\dot{E}_{\hat{A}}}{jX_L} + \frac{\dot{E}_{\tilde{N}}}{-jX_{\tilde{N}}} = \frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{\dot{E}_A e^{-120j}}{jX_L} + \frac{\dot{E}_A e^{120j}}{-jX_{\tilde{N}}} = \frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{\dot{E}_A e^{-120j}}{3e^{90j}} +$$

$$+ \frac{\dot{E}_A e^{120j}}{3e^{-90j}} = \frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{-\dot{E}_A}{\sqrt{3}}.$$

Отсюда $R = \sqrt{3}$ *Ом.*

2. Из полученного ранее следует

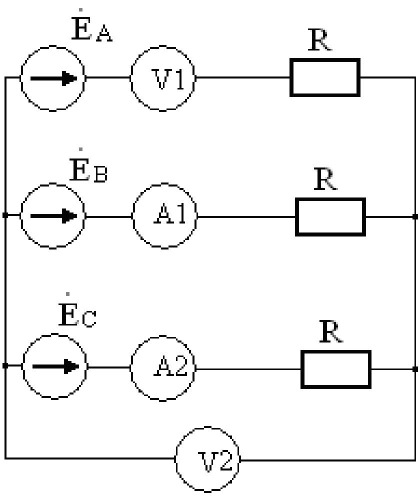
$$\dot{I}_N = \frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{-\dot{E}_A\sqrt{3}}{3} = \frac{127}{3} + \frac{-127\sqrt{3}}{3} = 30{,}99 \ A.$$

3.

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{E}_A}{R} + \frac{\dot{E}_{\hat{A}}}{-jX_C} + \frac{\dot{E}_{\tilde{N}}}{jX_L} = \frac{\dot{E}_A}{3} + \frac{\dot{E}_A \cdot e^{-120j}}{3e^{-90j}} + \frac{\dot{E}_A \cdot e^{120j}}{3e^{90j}} =$$

$$= \frac{127\left(1 + e^{-30j} + e^{30j}\right)}{3} = 115{,}57\ \grave{A}.$$

Задача № 32



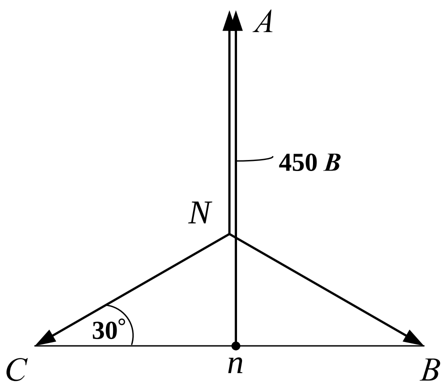
Показания вольтметра $V1$ – 450 Вольт.

Определить показания всех остальных приборов, если R=15 *Ом*.

(Все приборы электромагнитной системы).

Решение

Наиболее простое решение получается из векторной диаграммы. Резисторы в фазах *B* и *C* представляют собой делитель напряжения, а исходя из равенства сопротивлений нейтральная точка лежит на середине прямой, соединяющей отрезок *BC*.



Исходя из геометрии действующие значения ЭДС равны 300 *В*.

$U_{ё}=\sqrt{3}Å = 519{,}62\ Â$;

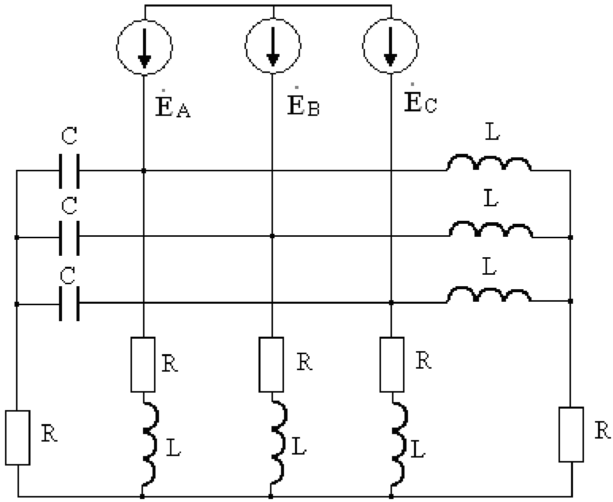
$$\left|I_{Â}\right| = \left|I_{Ñ}\right| = \frac{300\cdot\sqrt{3}}{2\cdot 15} = 10\sqrt{3}\ À$$

– показания амперметров.

Вольтметр $V2$ показывает напряжение смещения нейтрали.

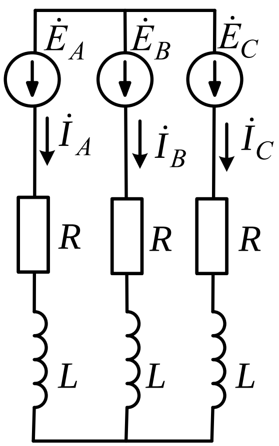
U_{V2}=150 $Â$ – из векторной диаграммы.

Задача № 33



Симметричная трехфазная система с *E*= 220 *В* и частотой 50 *Гц* работает на нагрузку с параметрами: *L*= 0,2 *Гн*; *R*=36 *Ом*; *C*=50,66 *мкФ*.

Определить комплекс полной мощности *S* трехфазного источника.



Решение

$$\tilde{O}_{\tilde{N}} = \frac{1}{\omega\tilde{N}} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{314\cdot 50{,}66\cdot 10^{-6}} =$$

$$= 62{,}83\,\hat{I}\ \grave{\imath}\ ;$$

$$\tilde{O}_L = \omega L = 314\cdot 0{,}2 = 62{,}83\,\hat{I}\ \grave{\imath}\ .$$

Исходя из симметрии нагрузки, ток через сопротивление *R* в нейтральных проводах не проходит.

Исходя из равенства сопротивлений X_C и X_L токи левой и правой частей схемы компенсируются в результате резонанса токов.

Таким образом, мощность в схеме потребляется только средней частью.

Исходя из симметрии расчет можно вести на одну фазу:

$$\dot{I}_{\grave{A}} = \frac{\mathring{A}_{\grave{A}}}{R + jX_L} = \frac{220}{36 + j62{,}83} = \frac{220}{72{,}41e^{j60{,}2^\circ}} = 3{,}04e^{-j60{,}2^\circ}\ \grave{A};$$

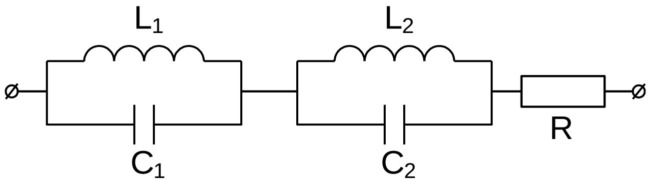
$$\overset{*}{S} = \mathring{A}_{\grave{A}} \cdot \overset{*}{I}_{\grave{A}} = 220 \cdot 3{,}04e^{j60{,}2^\circ} = 668{,}4e^{j60{,}2^\circ} = 332{,}2 + j580\ BA;$$

P=996,5 *Вт*; *Q*=1740 *Вар*; *S*=2005,2 *ВА*.

Цепи несинусоидального тока

Задача № 34

Определить, при каких параметрах C_1, C_2, L_2 в двухполюснике будут резонансы токов на частотах *1*-й и *5*-й гармоник и резонанс напряжений на частоте *3*-й гармоники, если L_1 =0,1 *Гн*, *f* для основной гармоники 1 *кГц* и $L_2 < L_1$



Найти ток в сопротивлении R = 200 *Ом* при напряжении питания $u(t) = 100\sin\omega t + 50\sin 3\omega t + 30\sin 5\omega t$ (B).

Решение

Из условия резонанса токов (1, 5 гармоники)

$$\frac{1}{u_1\tilde{N}_1} = \omega^2; \qquad (1)$$

$$\frac{1}{u_2\tilde{N}_2} = 25\omega^2 \cdot \qquad (2)$$

Из условия резонансов напряжений на частоте 3-й гармоники

$$\frac{3\omega L_1 / 3\omega\tilde{N}_1}{3\omega L_1 - \dfrac{1}{3\omega\tilde{N}_1}} + \frac{3\omega L_2 / 3\omega\tilde{N}_2}{3\omega L_2 - \dfrac{1}{3\omega\tilde{N}_2}} = 0;$$

$$\frac{L_1}{9\omega^2 L_1\tilde{N}_1 - 1} + \frac{L_2}{9\omega^2 L_2\tilde{N}_2 - 1} = 0 \cdot \qquad (3)$$

Подставим в (3) $L_1\tilde{N}_1 = \omega^{-2}$ и $L_2\tilde{N}_2 = \omega^{-2}$, получим

$$L_2 = \frac{L_1}{12{,}5} = 0{,}008\ \tilde{A}\acute{\imath} \cdot$$

Если предположить $\frac{1}{L_1\tilde{N}_1} = 25\omega^2$, $\frac{1}{L_2\tilde{N}_2} = \omega^2$, то условие $L_2 < L_1$ не выполняется.

Из (1) и (2) C_1 = 0,253 *пкФ*; C_2 = 0,127 *пкФ*.

Задача № 35.

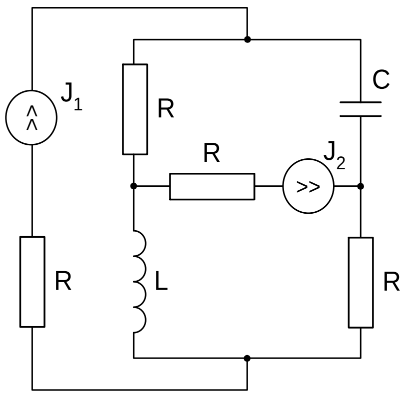


Рис.1

В схеме рис. 1: J_1=2+$\sqrt{2}\cdot sin\omega t$, J_2=1+$\sqrt{2}\cdot cos\,2\omega t$; R =100 *Ом*, L=100 *мГн*, C=10 *мкФ*, $\omega = 10^3\,{}^{рад}/_{с}$.

Определите мгновенный ток в индуктивности $i_L(t)$.

Решение

1. Для постоянной составляющей (нулевой гармоники) схема имеет вид рис. 2:

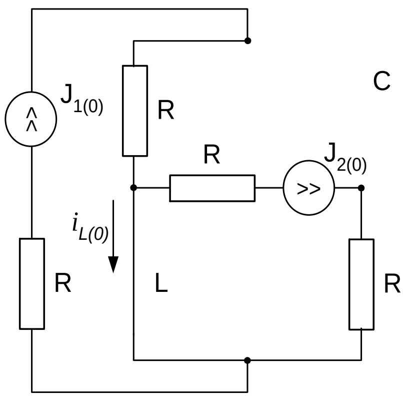


Рис.2

По принципу наложения имеем:

$$i_{L(0)} = i_{L(0)\left(J_{1(0)}\right)} + i_{L(0)\left(J_{2(0)}\right)} = 2-1=1$$

2. Для основной гармоники, возбужденной первым источником тока, имеем схему рис.3:

Параллельный резонансный контур при заданных параметрах, с равными резисторами R=100 *Ом* и характеристическим сопротивлением

$$p=\sqrt{\frac{L}{C}}=\sqrt{\frac{0{,}1}{10^{-5}}}=100\quad Î\ ì$$

имеет свойства контура с безразличным резонансом, когда его входное сопротивление не зависит от частоты, имеет резистивный характер $Z_{вх}=R$=100 Ом. Модуль индуктивного сопротивления на частоте основной гармоники равен:

$$X_{L1}=\omega L=10^{3}\cdot 0{,}1=100\ Ом.$$

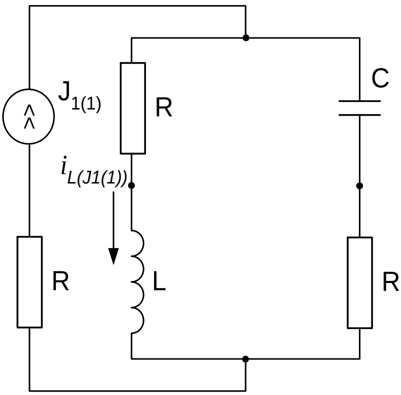


Рис.3

При этом комплексная амплитуда тока в ветви с индуктивностью равна:

$$\dot{I}_{L1m}=\dot{J}_{11m}\frac{Z_{âõ}}{R+jX_{L1}}=\sqrt{2}\frac{100}{100+j100}=1å^{j-45^{\circ}}A.$$

Мгновенное значение основной гармоники тока в индуктивности равно:

$$i_{L1(t)}=1\sin(\omega t-45^{\circ})\ A.$$

3. Для второй гармоники, возбужденной вторым источником тока, имеем схему рис.4:

Как видно, и в этой схеме имеется такой же резонансный контур с параметрами, такими же, как и первый, так что и он имеет те же свойства контура с безразличным резонансом. Его входное сопротивление также не зависит от частоты, имеет резистивный характер $Z_{вх}=R=100$ *Ом*. Модуль индуктивного сопротивления на частоте второй гармоники равен:

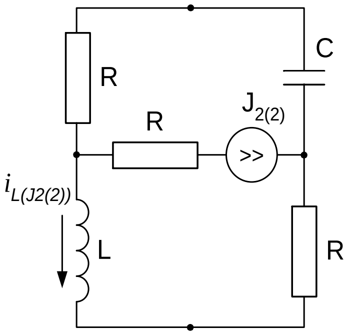


Рис.4

$$X_{L1}=2\omega L = 2\cdot 10^3\cdot 0{,}1 = 200\ Ом.$$

При этом комплексная амплитуда второй гармоники тока в ветви с индуктивностью равна:

$$\acute{I}_{1m}= -\dot{I}_{L1m} = J_{22m}\frac{Z\hat{a}\tilde{o}}{R+jX_{L2}} = -\sqrt{2}\frac{100}{100+j200} = 0{,}63e^{-j153{,}4^\circ}\ A.$$

Примечание: знак «минус» обусловлен указанным положительным направлением тока ветви с индуктивностью и направлением второго источника тока.

Мгновенное значение второй гармоники тока в индуктивности равно:

$$i_{L2}(t) = 0{,}63 sin(2\omega t - 153{,}4^o)\ A.$$

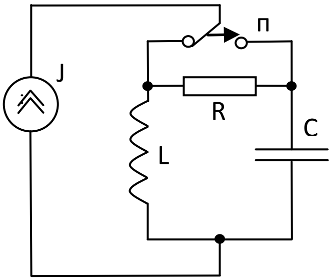
Полное решение имеет вид:

$$i_L(t)=i_{L0}+i_{L1}+i_{L2}= 1 + sin(10^3t-45^o) + 0{,}63 sin(2\omega t-153{,}4^o)\ \ A.$$

Заметим, что в приведенном выражении присутствует «некорректность», поскольку переменные составляющие аргументов синуса имеют размерность в радианах, а начальные фазы записаны в градусах. Но это распространенная повсеместно форма.

Переходные процессы

Задача № 36



Дано:

J = 1 *А*, R = 400 *Ом*, L = 0,1 *Гн*, C = 10 *мкФ*.

Ключ мгновенно переключается из 1-ой позиции во 2-ю.

Найти:

1. Зависимость тока в индуктивности от времени и построить график.
2. В какой момент времени будет минимум тока в индуктивности и его величину.

Решение

1. $LC\dfrac{d^2 i_L}{dt^2} + RC\dfrac{di_L(t)}{dt} + i_L = J^{/}$

Характеристическое уравнение $LCp^2 + RCp + 1 = 0$.

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = \begin{cases} p_1 = -267{,}949 \\ p_2 = -3732 \end{cases};$$

$$i_L(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + J \cdot$$

Найдем постоянную интегрирования

а) $i_L(0) = 1\ A = A_1 + A_2 + J$,

$A_2 = A_1$.

б) $\dfrac{di_L(0)}{dt} = \dfrac{u_C(0) - Ri_L(0)}{L} = -4000 = A_1 p_1 + A_2 p_2$,

$A_1 = 1{,}155$; $A_2 = 1{,}155$.

Решение: $i_L(t) = -1{,}155e^{-267{,}9t} + 1{,}155e^{-3732\,t} + J$.

График:

2. Найдем t при $i_{Lмин}$

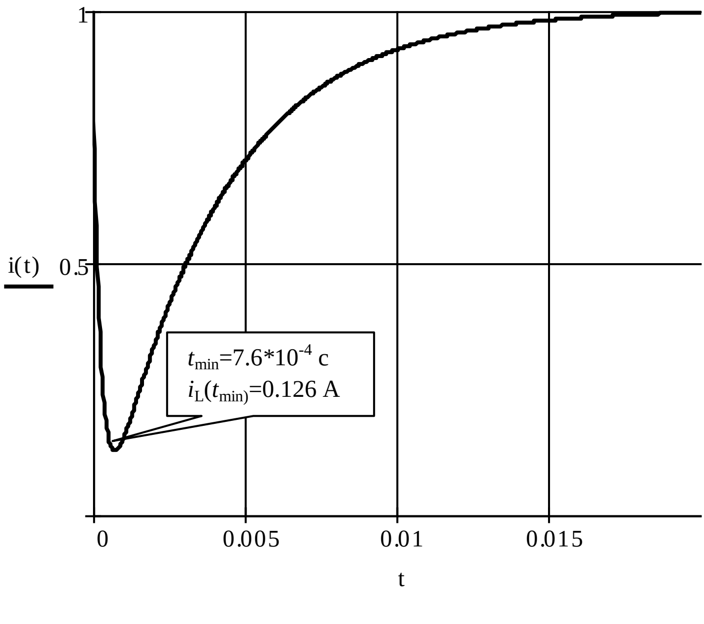
Приравниваем $\frac{di_{L(t)}}{dt} = 0$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = 0 = i_L(t) = A_1 p_1 e^{p_1 t_{min}} + A_2 p_2 e^{p_2 t_{min}}.$$

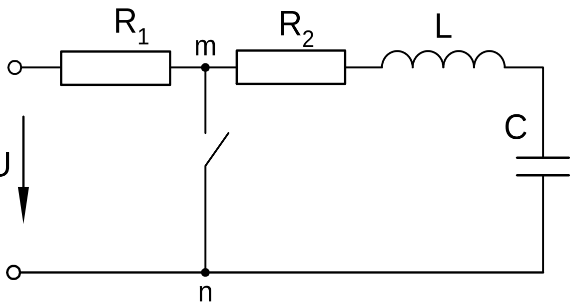
$$t_{мин} = t_{min} = \frac{1}{p_2 - p_1} ln \frac{p_1}{p_2}$$

$t_{мин}$=7,603$\cdot 10^{-4}$ *ñåê*

$$i_L(t_{min}) = A_1 e^{p_1 t_{min}} + A_2 e^{p_2 t_{min}} + J = 0{,}126 \quad A$$



Задача № 37



Действующее значение синусоидального напряжения на входе цепи

U = 220 *В*; f = 50 *Гц*; R_1= R_2 = 20 *Ом*;

X_L= 80 *Ом*; X_C = 40 *Ом*.

Определите энергию, выделенную в виде тепла в резисторе R_2 за время переходного процесса после замыкания ключа в момент, когда напряжение на зажимах ключа проходило через нуль.

Решение

1. При напряжении на входе цепи

$$U=U_m sin(\omega t+\varphi)=\sqrt{2}\cdot 220 sin(\omega t+\varphi)$$

ток в цепи до коммутации

$$\dot{I}_m=\frac{\dot{U}_m}{R_1+R_2+\left(jX_L-X_c\right)}=\frac{U_m e^{j\varphi}}{\sqrt{\left(R_1+R_2\right)^2+\left(X_L-X_c\right)^2}\, e^{jar\tilde{n}tg\left(\frac{X_L-X_c}{R_1+R_2}\right)}}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}\cdot 220 e^{j\varphi}}{\sqrt{\left(20+20\right)^2+\left(80-40\right)^2}\, e^{j\ ar\tilde{n}tg\left(\frac{80-40}{20+20}\right)}}=5{,}5e^{j(\varphi-45)}.$$

2. Напряжение на m-n контактах ключа

$$\dot{U}_{(mn)m} = \dot{I}_m\left(R_2 + j\left(X_L - X_C\right)\right) = 5{,}5e^{j\left(\varphi - 45^{\circ}\right)}\left[20 + j\left(80 - 40\right)\right] = 246e^{j\left(\varphi + 18^{\circ}\right)} \quad (\hat{A})$$

Это напряжение пройдет через нуль при

$$\omega t_0 + \varphi + 18{,}4° = 0 ,$$

откуда

$$\omega t_0 + \varphi = -18{,}4°.$$

3. В этот момент ток в цепи

$$i(t_0) = 5{,}5\, sin(\omega t + \varphi - 45°) = 5{,}5\, sin(-18{,}4° - 45°) = -4{,}91\ A.$$

4. Напряжение на конденсаторе

$$\dot{U}_c = -jX_c \dot{I}_{m} = -j40 \cdot 5{,}5e^{\,j\,(\varphi-45)} = 220e^{\,j\,(\varphi-135°)}\ B,$$

или

$$U_c = 220 sin(\omega t + \varphi - 135°).$$

Отсюда напряжение на конденсаторе в момент коммутации

$$U_c(t_0) = 220 sin(\omega t_0 + \varphi - 135°) = 220 sin(-18{,}4° - 135°) = -98{,}5\ B.$$

5. Параметры накопителей энергии

$$L = \frac{X_L}{2\pi\ f} = \frac{80}{2\pi \cdot 50} = 0{,}2546\ \tilde{A}\acute{\imath}\ ;$$

$$\tilde{N} = \frac{1}{2\pi\ f\ X_{\tilde{N}}} = \frac{80}{2\pi \cdot 50 \cdot 40} = 8 \cdot 10^{-5} \hat{O} \cdot$$

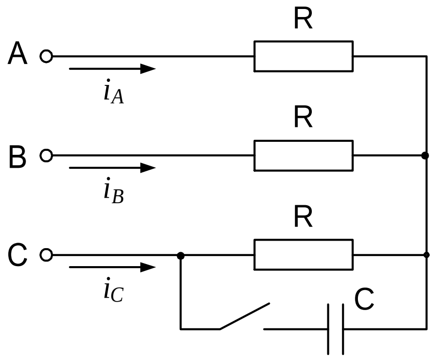
Тогда общая энергия магнитного поля катушки и электрического поля конденсатора в момент коммутации t_0:

$$W = W_M + W_Э =$$

$$\frac{Li(t_0)^2}{2} + \frac{Cu_C\left(t_0\right)^2}{2} = \frac{0{,}2546 \cdot \left(-4{,}91\right)^2}{2} + \frac{8 \cdot 10^{-5} \cdot \left(-98{,}5\right)^2}{2} = 3{,}46\ \ddot{A}\text{æ} .$$

Вся эта энергия и выделяется в резисторе R_2 в виде тепла.

Задача № 38



$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380$ B; $R = 20$ $Ом$.

Определите все токи в момент замыкания ключа, если оно произошло при прохождении напряжения U_{AB} через свой положительный максимум. Конденсатор до коммутации был не заряжен.

Решение

1. Поскольку коммутация происходит при $t = 0$, а по условиям задачи в этот момент U_{AB} проходит через положительный максимум, то

$$u_{AB}=\sqrt{2}\cdot 380\, sin\,(\omega t+90^{o});$$

$$u_{BC}=\sqrt{2}\cdot 380 sin\,(\omega t+90^{o}-120°)=\sqrt{2}\cdot 380\, sin(\omega t-30°);$$

$$u_{CA}=\sqrt{2}\cdot 380 sin(\omega t+90^{o}+120°)=\sqrt{2}\, 380\cdot\, sin(\omega t+210°);$$

Следовательно,

$$u_{AB}(0) = \sqrt{2}\cdot 380\, sin\, 90^{o}= 537{,}4\ B;$$

$$u_{BC}(0) = \sqrt{2}\cdot 380\, sin\,(-30°)= -268{,}7\ B;$$

$$u_{CA}(0) = \sqrt{2} \cdot 380\ sin\ 240° = -268{,}7\ В.$$

2. В соответствии со вторым законом коммутации напряжение на конденсаторе

$$U(0) = 0\ В,$$

откуда потенциал нейтральной точки приемника равен потенциалу точки C источника.

Таким образом,

$$i_A(0)=u_{AC}(0)/R= -u_{CA}(0)/R=268{,}7/20=13{,}435\ A;$$

$$i_{(B)}(0)=u_{BC}(0)/R=268{,}7/20= -13{,}435\ A.$$

Из соотношения по первому закону Кирхгофа

$$i_A(0)+i_B(0)+i_C(0) = 0$$

находим

$$i_C(0) =0$$

Ответ: $i_C(0) = 0\ A$.

Задача № 39

В схеме на рис. 1 дано: C_1=10 *мкФ*, C_2=40 *мкФ*, R =125 *Ом*.

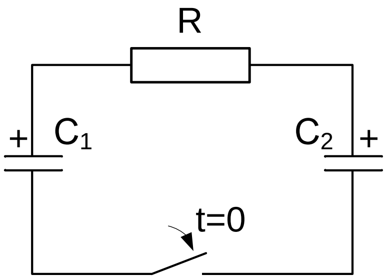


Рис.1

Конденсаторы до коммутации были заряжены, как показано на схеме, и имели следующие напряжения: U_{C1}=100 *В*, U_{C2}=20 *В*.

Определите энергию на конденсаторах C_1 и C_2 до замыкания ключа и после затухания переходного процесса. Рассчитайте и качественно постройте следующие зависимости: $U_{C1}(t)$, $U_{C2}(t)$ и $i(t)$.

Решение

Зададимся положительным направлением для тока так, как это указано на рис.14-20 а), составим уравнения:

$$u_{\tilde{N}1} = u_{\tilde{N}2} = ir\,; \qquad (1)$$

$$i = -\tilde{N}_1 \frac{du_{\tilde{N}_1}}{dt}\,; \qquad (2)$$

$$i = -\tilde{N}_2 \frac{du_{\tilde{N}_2}}{dt}\,. \qquad (3)$$

В правой части уравнения (2) поставлен знак минус, потому что положительный ток разряжает конденсатор C_1, в уравнении (3) поставлен знак плюс, поскольку тот же ток заряжает конденсатор C_2.

Для того чтобы получить дифференциальное уравнение, содержащее лишь одну зависимую переменную, поступим так: возьмем производную по времени от правой и левой частей уравнения (1)

$$\frac{du_{c_1}}{dt}-\frac{du_{c_2}}{dt}=r\frac{di}{dt}$$

и подставим сюда вместо $\frac{du_{c_1}}{dt}$ и $\frac{du_{c_2}}{dt}$ их значения из уравнений (2) и (3)

$$r\frac{di}{dt}+\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)i=0; \qquad (4)$$

$$r\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=0, \qquad (5)$$

где для сокращения записи обозначено

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}. \qquad (6)$$

Решением уравнения (5) является функция

$$i=I_0e^{-\frac{1}{rc}t}. \qquad (7)$$

Постоянная интегрирования I_0 найдена из начальных условий: $\left(u_{C_1}\right)_t=U_1$ (I) и $\left(u_{C_2}\right)_{t=0}=U_2$(II), которые при подстановке в уравнение (1) дают

$$\left(u_{C_1}\right)_{t=0}-\left(u_{C_2}\right)_{t=0}=r\left(i\right)_{t=0}=rI_0.$$

Отсюда начальное значение тока равно

$$\left(i\right)_{t=0}=I_0=\frac{U_1-U_2}{r}. \qquad (8)$$

Теперь найдем выражения для напряжений на каждом из конденсаторов. Подставляя найденное выражение тока i в уравнение (2) получим:

$$I_0e^{-\frac{1}{rc}t}=-C_1\frac{du_{C_1}}{dt};$$

$$u_{C_1} = -\frac{I_0}{C_1}\int e^{-\frac{1}{r_C}t}\, dt = \frac{I_0 r_C}{C_1} e^{-\frac{1}{r_C}t} + A_1,$$

или после подстановки сюда значения C из уравнения (6) и значения I_0 из уравнения (8) получим:

$$u_{C_1} = \frac{(U_1 - U_2)C_2}{C_1 + C_2} e^{-\frac{1}{r_C}t} + A_1. \tag{9}$$

Постоянная интегрирования A_1 найдется из условий, что напряжение на конденсаторе C_1 в момент начала переходного процесса не может измениться скачком, т.е. оно должно равняться начальному значению U_1:

$$\left(u_{C_1}\right)_{t_0} = U_1 = \left[\frac{(U_1 - U_2)C_2}{C_1 + C_2} e^{-\frac{1}{r_C}t} + A_1\right]_{t=0} = \frac{(U_1 - U_2)C_2}{C_1 + C_2} + A_1.$$

Откуда находим:

$$A_1 = \frac{U_1 C_1 + U_2 C_2}{C_1 + C_2}.$$

После подстановки A_1 в уравнение (9) получим окончательное выражение для напряжения на конденсаторе C_1:

$$u_{C_1} = \frac{(U_1 - U_2)C_2}{C_1 + C_2} e^{-\frac{1}{r_C}t} + \frac{U_1 C_1 + U_2 C_2}{C_1 + C_2}. \tag{10}$$

Аналогично найдем u_{C_2}. Для этого значение i из (7) подставляем в (3) и интегрируем:

$$u_{C_2} = -\frac{(U_1 - U_2)C_1}{C_1 + C_2} e^{-\frac{1}{r_C}t} + A_2. \tag{11}$$

Для определения A_2 используем условие (II). Тогда из (11)

$$U_2 = -\frac{(U_1 - U_2)C_1}{C_1 + C_2} + A_2,$$

откуда

$$A_2 = \frac{U_1 C_1 + U_2 C_2}{C_1 + C_2},$$

и, наконец, подставляя найденное значение A_2 в (11), получим выражение для напряжения на конденсаторе C_2:

$$u_{C_2} = -\frac{\left(U_1 - U_2\right) C_1}{C_1 + C_2} e^{-\frac{1}{rC}t} + \frac{U_1 C_1 + U_2 C_2}{C_1 + C_2}. \qquad (12)$$

В правильности полученных результатов можно убедиться следующей проверкой: подставляя найденные величины u_{C_1} и u_{C_2} в левую часть уравнения (1) и значение i в правую часть того же уравнения, получим тождество.

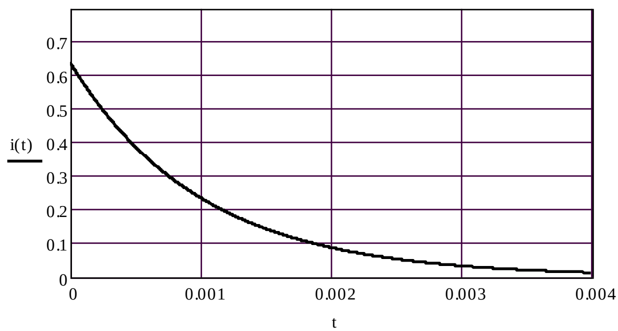
Подставляя в (7), (10) и 12 числовые значения, получим

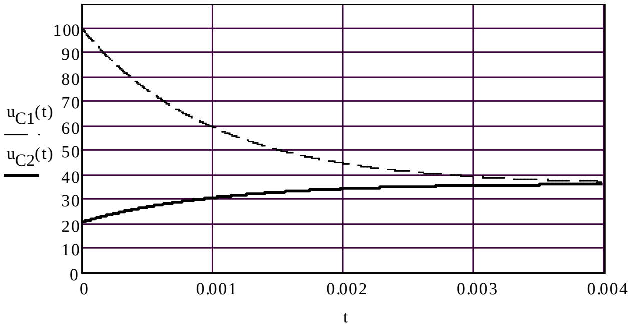
i = 0.64 e^{-1000t} (А),

u_{C1} = (64 e^{-1000t} +36) (В),

u_{C2} = (-16 e^{-1000t} +36) (В).

На основании этих результатов, построены соответствующие кривые.





Проверка при $t = 0$ дает: $u_{C_1}\left(0\right) = 100\ \hat{A}, \quad u_{C_2}\left(0\right) = 20\ \hat{A}\cdot$

До замыкания ключа запас энергии составлял:

$$W_{í\,à÷} = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2} = \frac{10\cdot 10^{-6}\cdot 10000}{2} + \frac{40\cdot 10^{-6}\cdot 400}{2} = 0{,}058\ Äæ\ .$$

По окончании переходного процесса ($t = \infty$) напряжения будут равны:

$$u_{C_1} = u_{C_2} = 36\ \hat{A}\cdot$$

Запас энергии в электрическом поле в установившемся режиме равняется:

$$W_{êî\,í} = \frac{\tilde{N}_1 u^2{}_{C_1}}{2} + \frac{C_2 u^2{}_{C_2}}{2} = \frac{1\cdot 10^{-3}\cdot 36}{2} + \frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 36}{2} = 0{,}054\ Äæ\ .$$

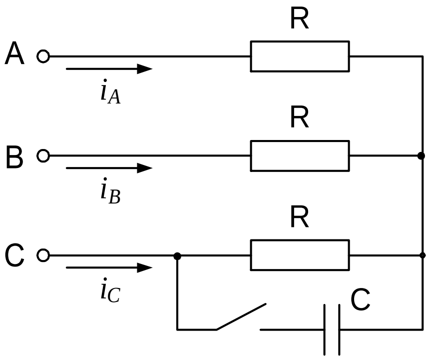
Энергия, равная $W_{í\,à÷} - W_{êî\,í} = 25{,}6\cdot 10^{-3}\ Äæ$, израсходовалась на тепло в процессе перетекания электрических зарядов через сопротивление r.

В самом деле,

$$W_{ò\,åï\,ë} = \int_0^\infty i^2 r dt = \int_0^\infty (I_0 e^{-\frac{1}{rC}t})^2 r dt = \frac{I_0^2 r^2 C}{2} = \frac{0{,}64^2\cdot 125^2\cdot 8\cdot 10^{-6}}{2} =$$

$$= 25{,}6\cdot 10^{-3}\ Äæ\ .$$

Задача № 40



$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380$ $В$; $R = 20$ $Ом$.

Определите все токи в момент замыкания ключа, если оно произошло при прохождении напряжения U_{AB} через свой положительный максимум. Конденсатор до коммутации был не заряжен.

Решение

1. Поскольку коммутация происходит при $t = 0$, а по условиям задачи в этот момент U_{AB} проходит через положительный максимум, то

$$u_{AB}=\sqrt{2}\cdot 380\, sin\,(\omega t+90^{o});$$

$$u_{BC=}\sqrt{2}\cdot 380 sin\,(\omega t+90^{o}-120°)=\sqrt{2}\cdot 380\, sin(\omega t-30°);$$

$$u_{CA=}\sqrt{2}\cdot 380 sin(\omega t+90^{o}+120°)=\sqrt{2}\, 380\cdot\, sin(\omega t+210°);$$

Следовательно,

$$u_{AB}(0) = \sqrt{2}\cdot 380\, sin\, 90^{o}= 537{,}4\ В;$$
$$u_{BC}(0) = \sqrt{2}\cdot 380\, sin\,(-30°)= -268{,}7\ В;$$
$$u_{CA}(0) = \sqrt{2}\cdot 380\, sin\, 240°= -268{,}7\ В.$$

2. В соответствии со вторым законом коммутации напряжение на конденсаторе

$$U(0) = 0\ B,$$

откуда потенциал нейтральной точки приемника равен потенциалу точки C источника.

Таким образом,

$$i_A(0)=u_{AC}(0)/R= -u_{CA}(0)/R=268{,}7/20=13{,}435\ A;$$

$$i_{(B)}(0)=u_{BC}(0)/R=268{,}7/20= -13{,}435\ A.$$

Из соотношения по первому закону Кирхгофа

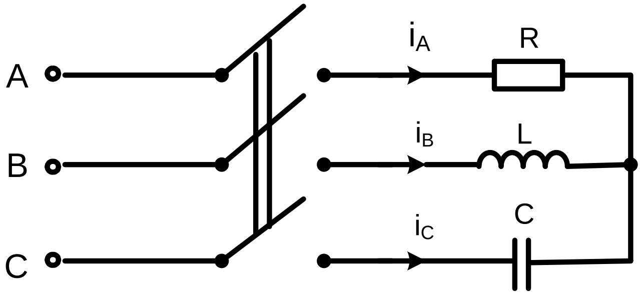
$$i_A(0)+i_B(0)+i_C(0) = 0$$

находим

$$i_C(0) =0$$

Ответ: $i_C(0) = 0\ A$.

Задача № 41



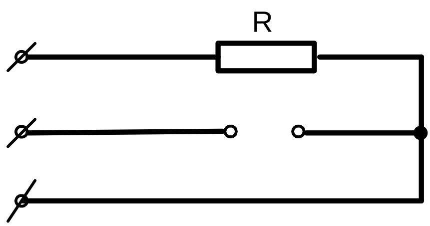
На зажимах *ABC* – симметричная трехфазная система напряжений прямой последовательности $U_{AB}=U_{BC}=U_{CA}$.

В момент замыкания контактов
$u_{AB}=U_m$=500 В, $u_C(0)$=0.

Определите токи, а также $\dfrac{du_{Ñ}}{dt}$ и $\dfrac{di_1}{dt}$ в момент замыкания контактов, если R =100 *Ом*; L= 2 *Гн*; C =2 *мкФ*.

Решение

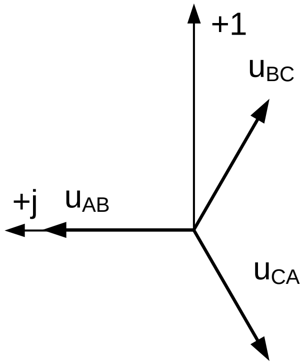
Исходя из записанных условий, схема замещения в первый момент после коммутации будет следующая:



$$u_{ÀÂ}=U_m\, sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_{\hat{A}\tilde{N}} = U_m \, sin\left(\omega t - 120^\circ + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_{\tilde{N}\grave{A}} = U_m \, sin\left(\omega t + 120^\circ + \frac{\pi}{2}\right),$$



таким образом,

$$i_{\grave{A}}\left(0_+\right) = -i_{\tilde{N}}\left(0_+\right) = -\frac{u_{\tilde{N}\grave{A}}\left(0_+\right)}{R} = \frac{-500\, sin150^\circ}{100} = -2{,}5\ \grave{A};$$

$i_{\tilde{N}}\left(0_+\right) = 2{,}5\ \grave{A},$ т.к. ток через емкость C равен

$$i_{\tilde{N}}\left(0_+\right) = \tilde{N}\frac{du_{\tilde{N}}}{dt},$$

то $\dfrac{du_{\tilde{N}}}{dt} = \dfrac{i_{\tilde{N}}\left(0_+\right)}{\tilde{N}} = \dfrac{2{,}5}{2\cdot 10^{-6}} = 1{,}25\cdot 10^{6}\ \hat{A}/\tilde{n}\cdot$

Определим $\dfrac{di_1}{dt}$. Напряжение U_{BC} отстает от U_{AB} на угол 120°, а мгновенные напряжения источника в соответствии с условием ключ замыкается в момент времени (t=0) – момент прохождения максимального значения напряжения через максимум.

$$u_{\grave{A}\hat{A}} = U_m \, sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_{\hat{A}\tilde{N}} = U_m \, sin\left(\omega t - 120^\circ + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_{\tilde{N}\grave{A}} = U_m \, sin\left(\omega t + 120^\circ + \frac{\pi}{2}\right).$$

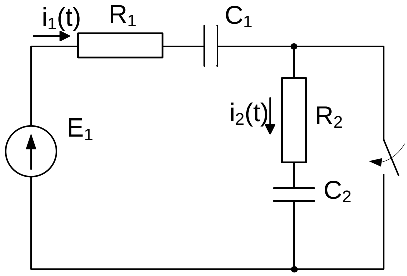
Момент замыкания ключа происходит при $\omega t = \dfrac{\pi}{2}$ (по условию).

$$u_{\hat{A}\tilde{N}}\left(0_+\right) = U_m \, sin\left(\frac{\pi}{2} - 120^\circ\right)$$

$$u_{\hat{A}\tilde{N}}\left(0_+\right) = 500\,sin\left(\frac{\pi}{2} - 120^\circ\right) = 500\,sin\left(-30^\circ\right) = -250\,\hat{A}\cdot$$

$$u_L\left(0_+\right) = u_{\hat{A}\tilde{N}}\left(0_+\right) = L\,\frac{di_L}{dt}\bigg|_{t=0} = \frac{u_{\hat{A}\tilde{N}}\left(0_+\right)}{2} = -125\,\frac{\grave{A}}{\tilde{n}}.$$

Задача № 42



E =100 *В*, R_1=R_2 = 10 *Ом,*
C_1= 10 *мкФ*, C_2=20 *мкФ*.

Рассчитайте и качественно постройте следующие зависимости: $u_{C1}(t), u_{C2}(t), i_1(t), i_2(t)$.

Решение

Определим начальные условия из режима до коммутации:

1) При постоянном источнике напряжения *E=const*, ток в цепи с конденсаторами не протекал. Напряжение на емкостях до коммутации находится из условий равенства их зарядов (так как емкости соединены последовательно) и равенства суммарного напряжения на емкостях напряжению источника *E*

$$\tilde{N}_1 u_{C1}(0_-) = \tilde{N}_2 u_{C2}(0_-);$$

$$u_{C1}(0_-) + u_{C2}(0_-) = \mathring{A};$$

$$u_{C1}(0_-) = \frac{\tilde{N}_2 \mathring{A}}{\tilde{N}_1 + \tilde{N}_2} = \frac{20 \cdot 100}{10 + 20} = \frac{200}{3} = 66{,}6\ \hat{A};$$

$$u_{C2}(0_-) = \frac{\tilde{N}_1 \mathring{A}}{\tilde{N}_1 + \tilde{N}_2} = \mathring{A} - u_{C1}(0_-) = 33{,}3\ \hat{A}.$$

2) Цепь после замыкания (рис.1) распадается на два независимых контура, расчет переходных процессов в каждом контуре будем вести отдельно.

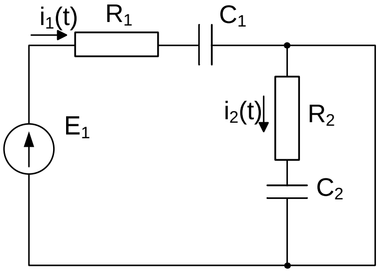
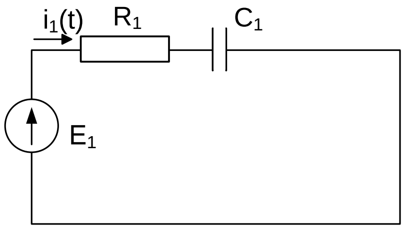


Рис.1

Для первого контура:

$$u_{C1} = u_{C1пр} + u_{C1св};$$

$$u_{C1пр} = E;\; u_{C1св} = A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}},$$ где $\tau_1 = R_1 C_1$.



Первый контур

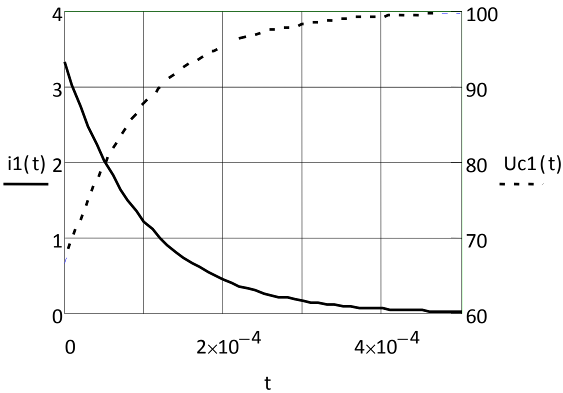
Постоянную интегрирования A_1 определим из начальных условий:

$u_{C1}(0_-) = u_{C1}(0_+) = 66{,}6\ В;\quad u_{C1}(0) = u_{C1пр} + A_1,$ так как $u_{C1}(0) = E$, то $A_1 = u_{C1}(0) - E = 66{,}66 - 100 = -33{,}3$ *В.*

Таким образом, уравнение переходного процесса

$$u_{C1}(t) = 100 - 33{,}3e^{-10000t}\ В;$$

$$i_1(t) = i_{C1}(t) = C_1 \frac{du_{C1}}{dt} = C_1\left(-\frac{1}{R_1 C_1}\right)(-33{,}3)e^{-10000t} = 3{,}33e^{-10000t}\ А.$$

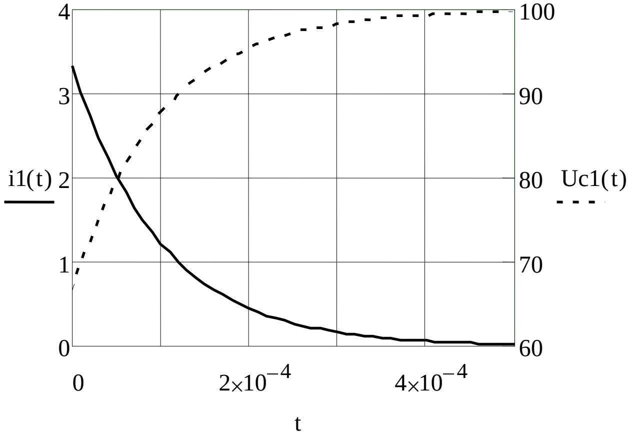


Для второго контура:

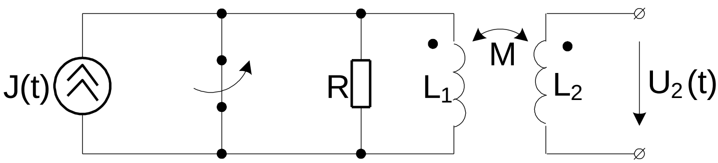
$u_{\tilde{N}2}\left(t\right)=u_{\tilde{N}2\ddot{\imath}\eth}+u_{\tilde{N}2\tilde{n}\hat{a}}$, где $u_{\tilde{N}2\ddot{\imath}\eth}=0;\ u_{\tilde{N}2\tilde{n}\hat{a}}=\grave{A}_2e^{-\frac{t}{\tau_2}}$, где $\tau_2=R_2C_2$.

$$u_{\tilde{N}2}\left(t\right)=33{,}3e^{-\frac{t}{10\cdot 20\cdot 10^{-6}}}=33{,}3e^{-5000t}\ \hat{A};$$

$$-i_2\left(t\right)=-i_{\tilde{N}2}\left(t\right)=\tilde{N}_2\frac{du_{\tilde{N}2}}{dt}=\tilde{N}_2\left(-\frac{1}{R_2\tilde{N}_2}\right)\left(-33{,}3\right)e^{-5000t}=3{,}33e^{-5000t}\ \grave{A}.$$



Задача № 43



Определить ток в первичной обмотке и напряжение на вторичной обмотке воздушного трансформатора после коммутации, если

L_1=L_2=10^{-3} *Гн*, M=$5\cdot 10^{-4}$ *Гн*, R=100 *Ом* и при

а) $j(t) = J = 10\ A$;

б) $\acute{a}\ )\, j(t) = 10\sqrt{2}\, sin\left(10^5 t + \frac{\pi}{2}\right)\ \grave{\imath}\ \grave{A}\cdot$

Решение

Исходя из того, что контур с катушкой L_2 не замкнут и ток через нее не течет, то, несмотря на взаимную индуктивность катушки L_2 ни как не влияет на ток в катушке L_1. При этом уравнение переходного процесса является уравнением первого порядка.

а) В соответствие с классическим методом расчета ток через катушку L_1определяется уравнением:

$$i_{L1}(t) = i_{L1пр}(t)+i_{L1св}(t)$$

Принужденная составляющая тока соответствует току источника тока: $i_{L1пр}(t)= J =10\ A$.

Свободная составляющая тока (в соответствии с дифференциальным уравнением первого порядка) $i_{L1св}(t) = A\bullet e^{t/\tau}$, где

$\tau = \frac{L_1}{R} = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5}\ c^{-1}$.

Постоянную интегрирования A определим из начальных условий (до размыкания ключа ток через катушку L_1 отсутствовал)

Из уравнения $i_{L1}(0)= 0 = 10+ A$, следует $A= - 10\ A$.

Тогда

$$i_{L1}(t) = 10 - 10\, e^{-100000 \cdot t} A.$$

Напряжение на катушке L_2 определим из закона электромагнитной индукции:

$$U_2 = -M \frac{di_1}{dt};$$

$$U_{L2}=5 \cdot 10^{-4}\, 10^6\, e^{-100000 \cdot t} = 500\, e^{-100000 \cdot t} B.$$

б) Принужденная составляющая тока через катушку определим из распределения токов

соответствует току источника тока: $á\,)\, j(t) = 10\sqrt{2}\, sin\left(10^5 t + \frac{\pi}{2}\right) ì\ À$

$i_{L1\, ïð}\left(t\right) = i_{L1пр}(t) = J = 10\ A.$

Свободная составляющая тока (в соответствии с дифференциальным уравнением первого порядка) $i_{L1св}(t) = A \bullet e^{t/\tau}$, где $\tau = \frac{L_1}{R} = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5}\ c^{-1}$.

Постоянную интегрирования A определим из начальных условий (до размыкания ключа ток через катушку L_1 отсутствовал)

Из уравнения $i_{L1}(0)= 0 = 10+ A$, следует $A= - 10\ A$.

Тогда

$$i_{L1}(t) = 10 - 10\, e^{-100000 \cdot t} A.$$

Напряжение на катушке L_2 определим из закона электромагнитной индукции:

$$U_2 = -M \frac{di_1}{dt};$$

$$U_{L2}=5 \cdot 10^{-4}\, 10^6\, e^{-100000 \cdot t} = 500\, e^{-100000 \cdot t} B.$$

Задача № 44

Для последовательного колебательного контура (рис. 1) получены резонансные кривые при изменении частоты ω (рис. 2) и постоянном модуле входного напряжения.

Рассчитать закон изменения напряжения на емкости в переходном процессе при подключении источника постоянного напряжения 10 В и нулевых начальных условиях.

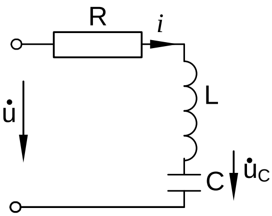


Рис. 1

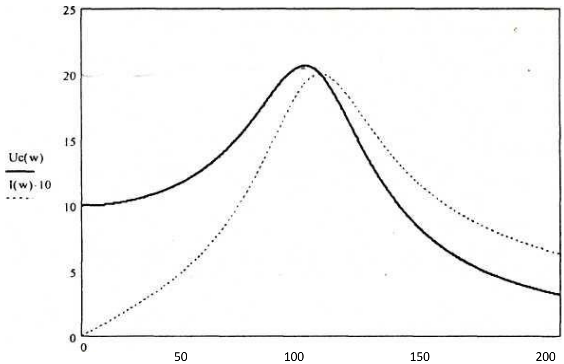


Рис. 2

Решение

Часть 1. Определение параметров контура *R,L,C*.

Из графиков рис. 2 видно, что резонанс напряжений происходит при круговой частоте ω_0 = 100 рад/с. Резонансные величины тока составляют 2 А и напряжения на емкости 20 В.Также видно, что модуль входного напряжения равен 10 В. Отсюда следует:

$$R=\frac{U}{I_{\max}}=\frac{10}{2}=5\hat{I}\ \grave{i}\ ;\quad \omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 \tilde{N}}=\frac{U_{\text{ñðåç}}}{I_{ma\tilde{o}}}=\frac{20}{2}=10\hat{I}\ \grave{i}\ ,$$

добротность контура равна

$$Q=\frac{U_{\tilde{N}\text{ðåç}}}{U}=\frac{U_{L\text{ðåç}}}{U}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{\omega_0 \tilde{N}}{R}=\frac{10}{5}=2,$$

откуда L =0,1 *Гн*; C =10^{-3} *Ф*.

Часть 2. Анализ переходного процесса в схеме рис.1 при подключении постоянного напряжения 10 В.

Цепь второго порядка, характеристическое уравнение имеет вид:

$$R+\eth L+\frac{1}{\eth\tilde{N}}=0,\quad \text{или}\quad \eth^2+\eth\frac{R}{L}+\frac{1}{L\tilde{N}}=0\cdot$$

Корни этого уравнения: $\eth_{1,2}=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{L\tilde{N}}}\cdot$

При определенных ранее параметрах цепи имеем:

$\eth_{1,2}=-\frac{2}{2\cdot 0,1}\pm\sqrt{25^2-\frac{1}{10^{-4}}}=-25\pm j96,824$ – переходный процесс колебательный. Это видно было и по величине добротности контура. Анализ показывает, что в контуре с добротностью, большей 0,5, переходный процесс будет колебательным.

Анализ переходного процесса можно выполнить или классическим, или операторным методами.

Принужденная составляющая напряжения на емкости равна напряжению источника, т.е. 10 В. Первая производная напряжения на емкости в начальный момент равна нулю (она пропорциональна току конденсатора, совпадающему с током индуктивности).

Решение имеет вид

$$u_{\tilde{N}}(t)=u_{\tilde{N}\text{ï ð}}+u_{\tilde{N}\text{ñâ}}=10+\grave{A}e^{-25t}\sin\left(96,824t+\psi_{u_C}\right)\cdot$$

Постоянные интегрирования: A и ψ_{u_C} находятся из решения системы при $t=0_+$

$$0=10+\grave{A}\sin\psi_{u_C};\qquad(1)$$

$$0=-25\grave{A}\cdot 96,824\cos\psi_{u_C},\qquad(2)$$

откуда, при $A\neq 0$ имеем $\cos\psi_{u_C}=0$. Этому соответствует, например, вариант $\psi_{u_C}=\frac{\pi}{2}$; $\sin\frac{\pi}{2}=1$; A=–10 *В*.

Решение дает:

$$u_{\tilde{N}}(t) = 10 - 10e^{-25t}\sin\left(96{,}824t + \frac{\pi}{2}\right) = 10 - 10e^{-25t}\cos 96{,}824t \cdot$$

На рис.3 показан временной график полученного решения.

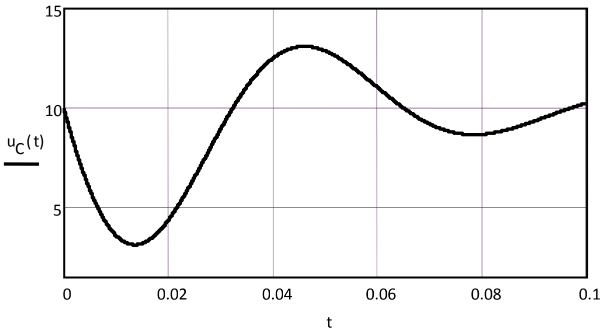


Рис.3

Задача № 45

В схеме рис.1,а с известными параметрами R и L требуется получить закон изменения тока $i(t)$ в соответствии с рис. 1,б. Каким должно быть напряжение питания $U(t)$?

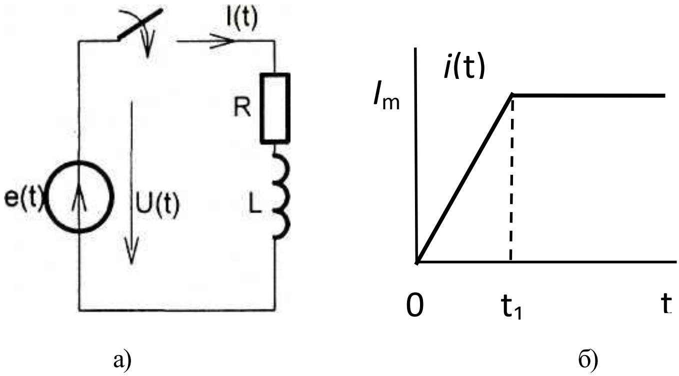


Рис. 1

Решение

Задачу можно решать разными способами. Приведем пример самого простого, основанного на использовании уравнения Кирхгофа для мгновенных переменных

$$u(t) = iR + L\frac{di}{dt}.$$

В такой постановке находим правую часть дифференциального уравнения.

Слагаемое iR на интервале $0 \div t_1$ линейно нарастает, пропорционально току, достигая значение $I_m R$ к моменту t_1. Слагаемое $L\frac{di}{dt}$ на данном интервале есть величина постоянная, равная $L\frac{I_m}{t_1}$. В итоге, на интервале $0 \div t_1$ напряжение питания есть нарастающая функция от начального значения $L\frac{I_m}{t_1}$ в момент $t=0$ до конечного $I_m R + L\frac{I_m}{t_1} = I_m\left(R + \frac{L}{t_1}\right)$ в момент t_1. На интервале $t_1 + -\infty$ производная тока равна нулю, а величина тока сохраняется на уровне I_m Это означает, что напряжение питания имеет постоянную величину $I_m R\cdot$

Таким образом, в момент t_1 происходит скачок напряжения питания вниз от $I_m\left(R + \frac{L}{t_1}\right)$ до $I_m R$. График напряжения питания, совместно с заданным графиком тока приведены на рис. 2.

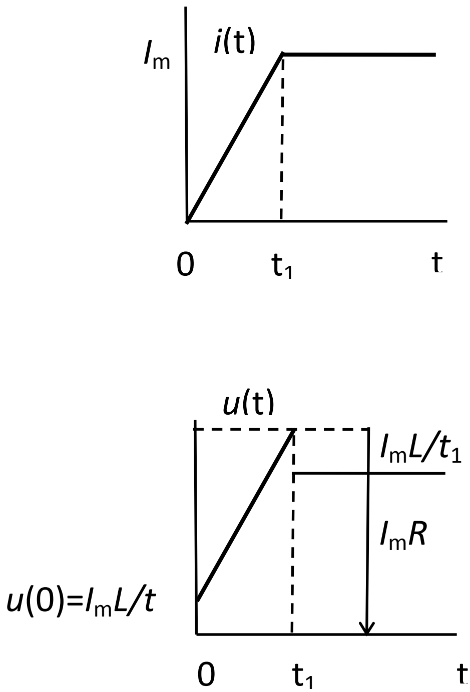


Рис. 2

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Основы теории цепей: Учеб. для вузов /Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. –5-е изд., перераб. –М.: Энергоатомиздат, 1989. –528 с.

2. **Бессонов, Л.А.** Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротехн., энерг. и приборостроит. специальностей вузов.–7-е изд., перераб. и доп.–М.: Высш. шк., 1978.–528 с.

3. Теоретические основы электротехники: Учеб. для вузов. В 3 т/ Под общ. ред. К.М.Поливанова.– Т.1. Поливанов К.М. Линейные электрические цепи с сосредоточенными постоянными. –М.:Энергия, 1972. –240 с.

4. Теоретические основы электротехники. Учеб. для вузов. В 3 т./ Под общ. ред. К.М.Поливанова.–Т.2. Жуховицкий Б.Я., Негневицкий И.Б. Линейные электрические цепи (продолжение). Нелинейные цепи. –М.: Энергия, 1972. –200 с.

5. **Матханов, П.Н**. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи: Учеб. для электротехн. и радиотехн. спец. вузов. –3-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 1990. –400 с.

6. **Матханов, П.Н**. Основы анализа электрических цепей. Нелинейные цепи: Учеб. для электротехн. спец. вузов. –2-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 1986. –352 с.

7. **Каплянский, А.Е., Лысенко, А.П., Полотовский, Л.С.** Теоретические основы электротехники. Учеб. пособие для электротех. и энерг. спец. вузов.- 2-е изд. –М.: Высш. шк., 1972. –448 с.

8. Теоретические основы электротехники. Т. 1. Основы теории линейных цепей: Учеб. для электротех. вузов/ Под ред. П.А. Ионкина. –2-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 1976. –544 с.

9. Теоретические основы электротехники. Т. 2. Нелинейные цепи и основы теории электромагнитного поля: Учеб. для электротехн. вузов/Под ред. П.А. Ионкина–2-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 1976. –383 с.

10. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники: Учеб. пособие для вузов/ Под. ред. проф. П.А.Ионкина. –М.: Энергоиздат, 1982. –768 с.

11. **Кромова, Н.А**. Основы анализа и расчета линейных электрических цепей: Учеб. пособие–2-е изд., перераб. и доп. Иван. гос. энерг. ун-т.–Иваново, 1999.–360 с.

12. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники: Учеб. пособ./ Л.А.Бессонов, И.Г.Демидова,

М.Е.Заруди и др.; Под ред. Л.А.Бессонова –2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1980. –472 с.

13. **Нейман, Л.Р., Демирчян, К.С.** Теоретические основы электротехники. Т.1.– Л.:Энергоиздат, 1981.–536 с.

14. **Голубев, А.Н**. Методы расчета нелинейных цепей: Учеб. пособие/ Иван. гос. энерг. ун-т. –Иваново, 2002. –212 с.

15. Задачник по теоретическим основам электротехники (теория цепей)/ Под ред.проф. К.М.Поливанова. –М.:Энергия, 1973.–304 с.

16. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники/ Под ред.проф. П.А.Ионкина. –М.:Энергоиздат,1982.–768 с.

17. Сборник задач по ТОЭ/Под ред. Л.А.Бессонова.–М.:Высш. шк., 1988.

18. Элементы электрической цепи: Метод. руководство для самост. работы студ. по курсу ТОЭ-I / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. А.С.Розенкранц.–Иваново, 1989.–28 с.

19. Цепи синусоидального электрического тока: Метод. указания к практ. занятиям по теме/Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. Н.А.Кромова, Н.Н.Овчинникова.–Иваново,1984.–23 с.

20. Матричные методы расчета линейных электрических цепей: Метод. указания для самостоят. работы студ. / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. А.Н.Голубев, Н.А.Кромова.–Иваново, 1991.–40 с.

21. Теорема об активном двухполюснике: Метод. указания для самостоят. работы студ. / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост.Ю.И.Хмылев.–Иваново, 1989.–20 с.

22. Резонансные явления: Метод. указания для самостоят. работы студ. по ТОЭ-I / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. Ю.И.Хмылев.–Иваново, 1990.–36 с.

23. Четырехполюсники: Метод. указания для самостоят. работы студ. по ТОЭ-I / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. Ю.И.Хмылев.–Иваново, 1990.–44 с.

24. Цепи с взаимной индуктивностью. Метод. указания для самостоят. работы студ. / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. Н.А.Кромова, Н.Н.Овчинникова.– Иваново, 1989.–32 с.

25. Трехфазные цепи. Метод. указания для самостоят. работы студ./ Иван. энерг. ин-т им. В.И.Ленина; Сост. Н.А.Кромова, Н.Н.Овчинникова. –Иваново, 1990.–44 с.

26. Метод симметричных составляющих. Метод. указания для самостоят. работы студ. /Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. Н. А. Кромова, Ю. И. Хмылев.– Иваново, 1994.–44с.

27. Методические указания по расчету линейных цепей несинусоидального периодического тока / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. Б. Л.Ершов, Н.Н.Овчинникова.–Иваново, 1984.–28 с.

28. Методические указания к лабораторным работам по курсу ТОЭ-I / Иван. энерг. ин-т им. В.И. Ленина; Сост. Б.Л.Ершов, Н.А.Кромова, Н.Н. Овчинникова, Ю.И.Хмылев.–Иваново, 1991.–92 с.

29. Методы расчета нелинейных магнитных цепей при постоянных токах: Метод. указания для самостоят. работы студ./ Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. А.Н.Голубев. – Иваново, 1996.– 27с.

30. Переходные процессы в цепях с распределенными параметрами: Метод. материалы для самостоят. работы студ./Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. Н.А.Кромова, В.К.Слышалов. –Иваново, 1994. – 72с.

31. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях: Метод. указания к расчетно-графической работе /Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. М.Б.Бабаев, А.Н.Голубев, В.К.Слышалов. –Иваново, 1993. – 32с.

32. Переходные процессы в линейных электрических цепях: Метод. указания к расчетно-графической работе /Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. М.Б.Бабаев, А.Н.Голубев, В.К.Слышалов. –Иваново, 1993. – 32с.

33. **Шебес, М.Р., Каблукова, М.В.** Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высш. шк., 1990. – 543 с.

34. Сборник задач по теории электрических цепей / Под ред. П.М. Матханова и Л.В. Данилова. – М.: Высш. шк., 1980. – 224 с.

35. Методические указания к лабораторным работам по курсу ТОЭ-II/ Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. М.Б.Бабаев, А.Н.Голубев, А.Н.Королёв, К.В.Куликов, В.К.Слышалов.– Иваново, 1998.–96 с.

36. Теоретический анализ режимов работы линейных электрических цепей. Метод. указания к курсовой работе по ТОЭ-I, / Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. Н.А.Кромова, Н.Н.Овчинникова, Ю.И.Хмылёв.–Иваново, 1997.– 96 с.

37. Анализ переходных процессов в цепях с сосредоточенными и распределёнными параметрами. Метод. указания к комплексной расчётно-графической работе по ТОЭ-2 для студентов электротехнических специальностей, / Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. Н.А.Антонов, Н.А.Кромова, А.В.Макаров, В.К.Слышалов, Ю.И.Хмылёв.–Иваново, 2002.–108 с.

38. Операторный метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях: Метод. указания к практ. занятиям /Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. А.В. Макаров., В.М.Баранов.–Иваново, 1989.–36 с.

39. Подготовка к выполнению лабораторных работ по теоретическим основам электротехники (часть I): Метод. указания/ Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. Н.А.Кромова, Н.Н.Овчинникова.– Иваново, 1996.–36 с

40. Подготовка к выполнению лабораторных работ по теоретическим основам электротехники (часть II): Метод. указания / /Иван. гос. энерг. ун-т; Сост. Н.А.Антонов, Н.А.Кромова, Н.Н.Овчинникова.– Иваново, 2003.–36 с.

41. Методическое руководство по теоретическим основам электротехники для студентов электротехнических специальностей / Иван. энерг. ин-т им. В.И.Ленина Сост. А.С.Розенкранц, Б.В.Прохоров, Т.Т. Сеницкая, В.М.Грико.– Иваново, 1961.–200 с.

42. Николаев С.С., Пищиков В.И. Сборник задач повышенной сложности по теоретической электротехнике. – М.: "Знак", 2000. – 168 с., ил.