

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ТРАНСФОРМАТОРА НА ОСНОВЕ РАСЧЕТОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

ПОПОВ Г.В., д-р техн. наук, ТИХОНОВ А.И., канд. техн. наук, КЛИМОВ Д.В., ассист.

Рассмотрена технология моделирования динамических режимов трехфазного трансформатора с использованием результатов расчета магнитного поля в трансформаторе методом конечных элементов. Приведен математический аппарат динамической модели трансформатора, реализованный в средах MathCad и MatLab. Приведены результаты моделирования конкретного трансформатора.

Ключевые слова: трехфазный трансформатор, двухмерное магнитное поле, номинальная нагрузка.

THE MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC TRANSFORMER WORKING CONDITIONS ON THE BASIS OF MAGNETIC FIELD CALCULATIONS USING FINITE ELEMENT METHOD

POPOV G.V., Ph.D., TIKHONOV A.I., Ph.D., KLIMOV D.V., assist.

The article deals with the modeling technology of dynamic three-phase transformer conditions using output computation of the magnetic field in a transformer with the help of finite element method. The mathematical tool of dynamic transformer model realized in MathCad and MatLab environments is given. The results of a particular transformer modeling are supplied.

Key words: three-phase transformer, two-dimensional magnetic field, rated load.

Для решения задачи модернизации САПР трансформатора в целях создания проекта, в полной мере отвечающего жестким требованиям современного рынка, необходимо предусмотреть в системе проектирования трансформатора возможность моделирования динамических режимов. Для исследования работы спроектированного трансформатора в различных динамических режимах, в том числе и аварийных, при несимметрии магнитной системы и нагрузки, при нелинейности магнитных свойств стали магнитопровода и т.п. необходимо использовать для расчета результаты моделирования магнитного поля. Повышенная точность расчетов может быть обеспечена при решении полевой задачи численными методами, например, методом конечных элементов. Причем полевая задача, вообще говоря, должна решаться в трехмерной постановке. Однако вполне приемлемая точность может быть обеспечена и при решении ее в двухмерной постановке.

Рассмотрим математическую модель силового трансформатора (рис. 1) в динамическом режиме, основанную на сплайновой аппроксимации трехмерных матриц потокосцеплений обмоток, полученных из расчета двухмерного магнитного поля методом конечных элементов при варьировании намагничивающих сил стержней.

Принимая допущение о равенстве плотностей тока в первичных и вторичных обмотках трансформатора, считаем, что обмотки, расположенные на n -м стержне, создают единую НС, определяемую как

$$F_n = j_n(S_{1n} + S_{2n}), \quad (1)$$

$$j_n = \frac{i_{1n}W_{1n} + i_{2n}W_{2n}}{S_{1n} + S_{2n}}, \quad (2)$$

где j_n – средняя плотность тока в области обмоток n -го стержня; i_{1n} , i_{2n} – мгновенные значения токов в первичной и вторичной обмотках n -го стержня; W_{1n} , W_{2n} – число витков первичной и вторичной обмоток n -го стержня; S_{1n} , S_{2n} – площади сечений первичной и вторичной обмоток n -го стержня.

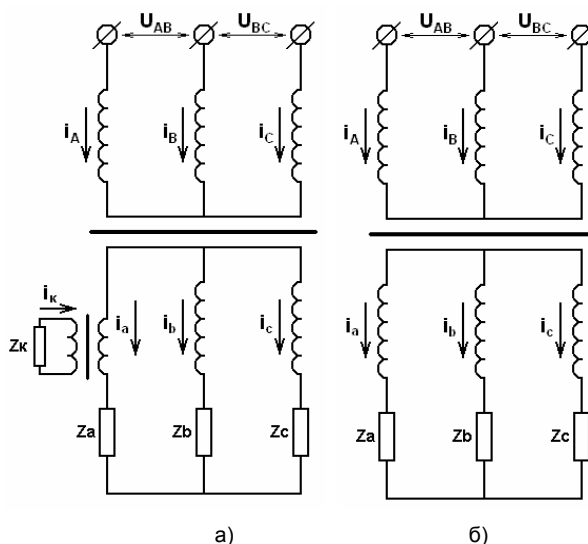


Рис. 1. Принципиальная схема трехфазного трансформатора (схема Y/Y): а – нормальный режим; б – появление КЗ витков

Варьируя j_n в пределах от $-j_m$ до $+j_m$, где j_m – некоторая максимальная величина средней плотности тока при различных сочетаниях значений j_1 , j_2 , j_3 , методом конечных элементов рассчитываются значения потокосцеплений обмоток трансформатора Ψ_A , Ψ_B , Ψ_C , Ψ_a , Ψ_b , Ψ_c

[1, 2]. По результатам серии расчетов формируются матрицы, которые можно записать как функции вида

$$\begin{aligned} \Psi_A &= f(F_1, F_2, F_3), & \Psi_a &= f(F_1, F_2, F_3), \\ \Psi_B &= f(F_1, F_2, F_3), & \Psi_b &= f(F_1, F_2, F_3), \\ \Psi_C &= f(F_1, F_2, F_3), & \Psi_c &= f(F_1, F_2, F_3). \end{aligned} \quad (3)$$

Визуализация матрицы $\Psi_b = f(F_1, F_2, F_3)$ при фиксации одной из переменных представлена на рис. 2.

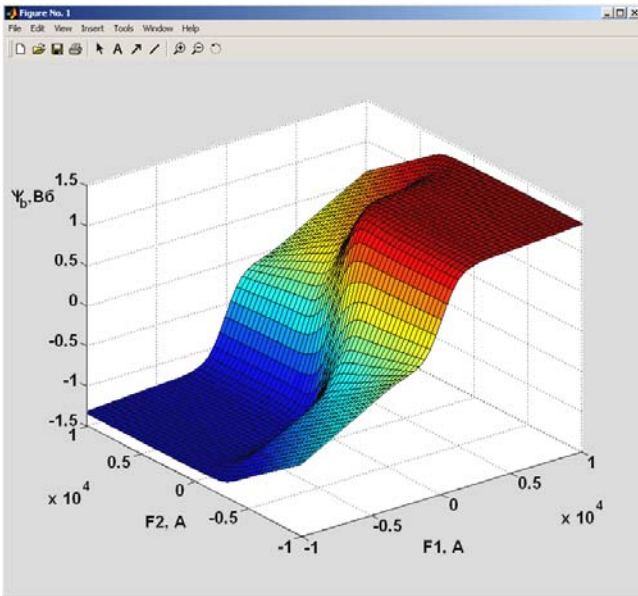


Рис. 2. Потокосцепление трехфазного трансформатора $\Psi_b = f(F_1, F_2, F_3)$ при $F_3=0$

Полученные матрицы потокосцеплений аппроксимируются трехмерными кубическими сплайнами, по которым при любых сочетаниях токов в обмотках можно найти как потокосцепления обмоток, так и все частные производные функций (3).

Динамический режим работы трансформатора для схемы (рис. 1,а) описывается системой уравнений

$$\begin{cases} U_{AB} = i_A r_A + \frac{d\Psi_A}{dt} - i_B r_B - \frac{d\Psi_B}{dt}, \\ U_{BC} = i_B r_B + \frac{d\Psi_B}{dt} - i_C r_C - \frac{d\Psi_C}{dt}, \\ 0 = i_a (r_a + R_{на}) + \frac{d\Psi_a}{dt} + L_{на} \frac{di_a}{dt} - \\ - i_b (r_b + R_{нб}) - \frac{d\Psi_b}{dt} - L_{нб} \frac{di_b}{dt}, \\ 0 = i_b (r_b + R_{нб}) + \frac{d\Psi_b}{dt} + L_{нб} \frac{di_b}{dt} - \\ - i_c (r_c + R_{нс}) - \frac{d\Psi_c}{dt} - L_{нс} \frac{di_c}{dt}, \\ i_A + i_B + i_C = 0, \\ i_a + i_b + i_c = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где R_n и L_n – активное и индуктивное сопротивление нагрузки; индексы A, B, C относятся к первичной обмотке; индексы a, b, c – ко вторичной.

В системе уравнений (4) присутствуют слагаемые $\frac{d\Psi_m}{dt}$, где m – индекс обмотки (A, B, C, a, b, c). Учитывая (3), можно записать

$$\frac{d\Psi_m}{dt} = \sum_{n=1}^3 \frac{\partial \Psi_m}{\partial F_n} \frac{dF_n}{dt}. \quad (5)$$

Учитывая, что

$$F_n = i_{1n} W_{1n} + i_{2n} W_{2n}, \quad (6)$$

каждое n-е слагаемое уравнения (5) преобразуем к форме

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_m}{\partial F_n} \frac{dF_n}{dt} &= \frac{\partial \Psi_m}{\partial F_n} \frac{d(i_{1n} W_{1n} + i_{2n} W_{2n})}{dt} = \\ &= W_{1n} \frac{\partial \Psi_m}{\partial F_n} \frac{di_{1n}}{dt} + W_{2n} \frac{\partial \Psi_m}{\partial F_n} \frac{di_{2n}}{dt}, \end{aligned} \quad (7)$$

где i_{1n} , i_{2n} – мгновенные токи первичной и вторичной обмоток n-го стержня.

Введем обозначения:

$$L_{ij} = W_j \frac{\partial \Psi_i}{\partial F_n}, \quad (8)$$

где L_{ij} – коэффициент индуктивной связи i-й и j-й обмоток; F_n – намагничивающая сила (НС) стержня, на котором располагается j-я обмотка.

Получим

$$\frac{d\Psi_m}{dt} = \sum_{j=A,B,C,a,b,c} L_{mj} \frac{di_j}{dt}. \quad (9)$$

Для расчета коэффициентов L_{ij} используются функции определения величины соответствующих частных производных в данной точке трехмерного сплайна, аппроксимирующей соответствующую матрицу потокосцеплений. Эти величины вычисляются аналитически, а не численно, что позволяет избежать высокочастотных шумов, вызванных погрешностями конечно-элементного расчета поля. Правда, есть вероятность возникновения недопустимых погрешностей сплайновой аппроксимации в форме осцилляций, что повышает требования к выбору опорных точек. Такой расчет коэффициентов позволяет учесть влияние конструктивных особенностей трансформатора на проходящие в нем электромагнитные процессы.

С учетом преобразования (9) система уравнений (4) принимает вид системы дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\left[\frac{di}{dt} \right] = [L]^{-1} [U], \quad (10)$$

где

$$[U] = \begin{bmatrix} U_{AB} - i_A r_A + i_B r_B \\ U_{BC} - i_B r_B + i_C r_C \\ i_b (r_b + R_{нб}) - i_a (r_a + R_{на}) \\ i_c (r_c + R_{нс}) - i_b (r_b + R_{нб}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\left[\frac{di}{dt} \right] = \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} & \frac{di_B}{dt} & \frac{di_C}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} & \frac{di_b}{dt} & \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}^T; \quad (12)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{AA} - L_{BA} & L_{AB} - L_{BB} & L_{AC} - L_{BC} \\ L_{BA} - L_{CA} & L_{BB} - L_{CB} & L_{BC} - L_{CC} \\ L_{aA} - L_{bA} & L_{aB} - L_{bB} & L_{aC} - L_{bC} \\ L_{bA} - L_{cA} & L_{bB} - L_{cB} & L_{bC} - L_{cC} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} L_{Aa} - L_{Ba} & L_{Ab} - L_{Bb} & L_{Ac} - L_{Bc} \\ L_{Ba} - L_{Ca} & L_{Bb} - L_{Cb} & L_{Bc} - L_{Cc} \\ L_{aa} - L_{ba} + L_{Ha} & L_{ab} - L_{bb} - L_{Hb} & L_{ac} - L_{bc} \\ L_{ba} - L_{ca} & L_{bb} - L_{cb} + L_{Hb} & L_{bc} - L_{cc} - L_{Hc} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix}$$

Последние два уравнения системы (4) записаны в форме

$$\begin{cases} \frac{di_A}{dt} + \frac{di_B}{dt} + \frac{di_C}{dt} = 0, \\ \frac{di_a}{dt} + \frac{di_b}{dt} + \frac{di_c}{dt} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Это вполне допустимо, так как сумма токов фаз в обмотках трансформатора по первому закону Кирхгофа равна нулю в любой момент времени. Это значит, что нулю равняется и сумма скоростей изменения токов в фазах в любой момент времени.

Система уравнений (10) может решаться любым методом численного интегрирования, например, методом Рунге-Кутты. На каждом шаге интегрирования по (6) определяются НС стержней в данный момент времени, затем определяются частные производные потокоцеплений обмоток по намагничивающим силам стержней, после чего вычисляются коэффициенты матрицы [L].

При этом алгоритм расчета динамических режимов трехфазных трансформаторов с использованием МКЭ для расчета магнитного поля будет состоять из трех основных этапов (рис. 3).

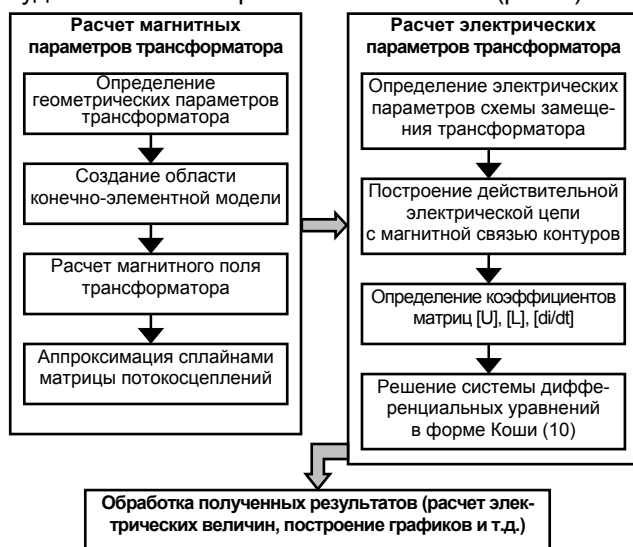
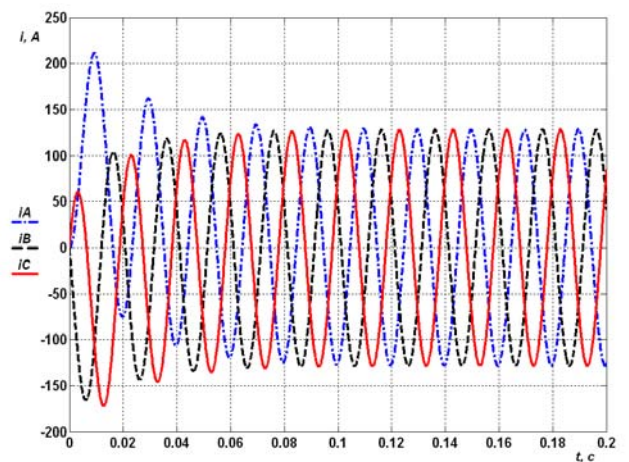


Рис. 3. Алгоритм расчета переходных процессов трехфазного трансформатора

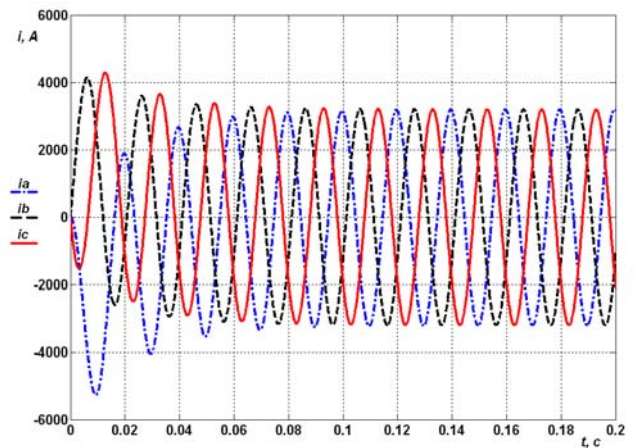
Для тестирования модели были использованы данные трехфазного силового трансформатора ТМ-1600/10. По известным параметрам магнитной системы была сгенерирована конечно-элементная модель, серия расчетов которой позволила сформировать зависимости (3), аппроксимированные трехмерными сплайнами (рис. 2). НС обмоток варьировалась в широких пределах для учета возможности насыщения магнитопровода, которое может происходить при аварийных режимах работы трансформатора.

Тестирование модели проводилось по действующим значениям величин, достигаемых после завершения переходных процессов.

В качестве результатов моделирования на рис. 4 приведены кривые изменения токов в обмотках трансформатора при включении его на номинальную нагрузку.



а)



б)

Рис. 4. Графики токов при включении трансформатора ТМ-1600/10 на номинальную нагрузку: а – токи в первичной обмотке; б – токи во вторичной обмотке

На рис. 5 приведены кривые изменения токов в обмотках в аварийном режиме трехфазного короткого замыкания (Y/Y) (схема опыта приведена на рис. 1,а). Трансформатор работает в нормальном режиме с номинальной нагрузкой до момента времени $t = 0,3$ с, в точке $t = 0,3$ происходит трехфазное короткое замы-

кание на стороне обмотки НН. Задача решается при условии $U_1 = \text{const}$, сопротивление цепи между зажимами вторичной обмотки равно нулю.

Главное достоинство данного метода расчета состоит в возможности моделирования процессов с явной несимметрией. Так, на рис. 6–7 приведены кривые токов в обмотках при возникновении короткозамкнутых витков в обмотке НН.

Таким образом, использование системы при проектировании трансформаторов позволит не только выполнять проверочные расчеты рабочих характеристик в статических режимах работы проектируемого объекта, но и оценить надежность трансформатора в моменты аварийных ситуаций с учетом динамики их развития и, как следствие, – повысить качество проектов [3]. Использование же системы в целях диагностирования [4, 5] состояния трансформаторов поможет обслуживающему персоналу при принятии оперативных решений, а также позволит создавать системы интеллектуального мониторинга на основе метода сравнительного анализа, что, в свою очередь, позволит продлить срок службы трансформатора.

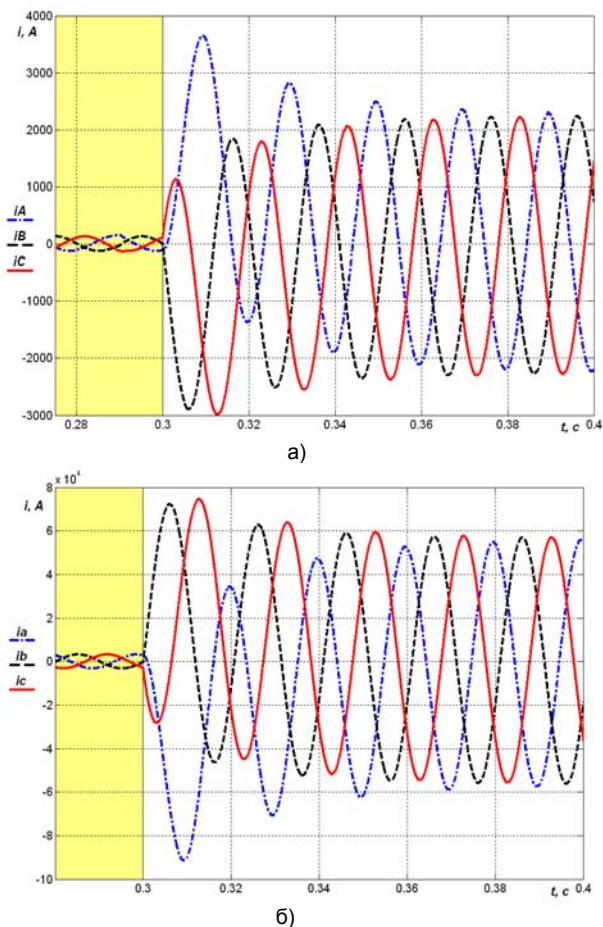


Рис. 5. Графики токов при трехфазном КЗ трансформатора ТМ-1600/10: а – токи в первичной обмотке; б – токи во вторичной обмотке

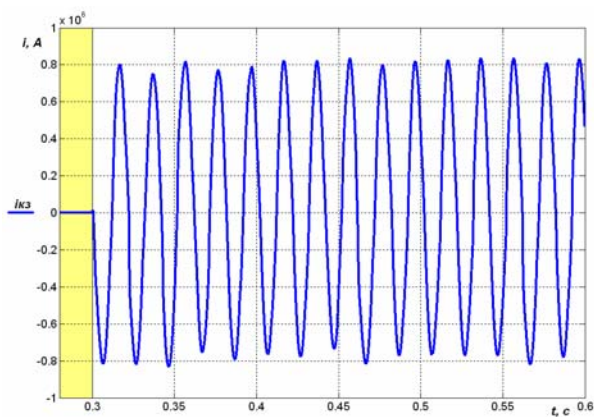


Рис. 6. Графики тока в КЗ витках в обмотке НН трансформатора ТМ-1600/10 при аварийном режиме появления виткового КЗ.

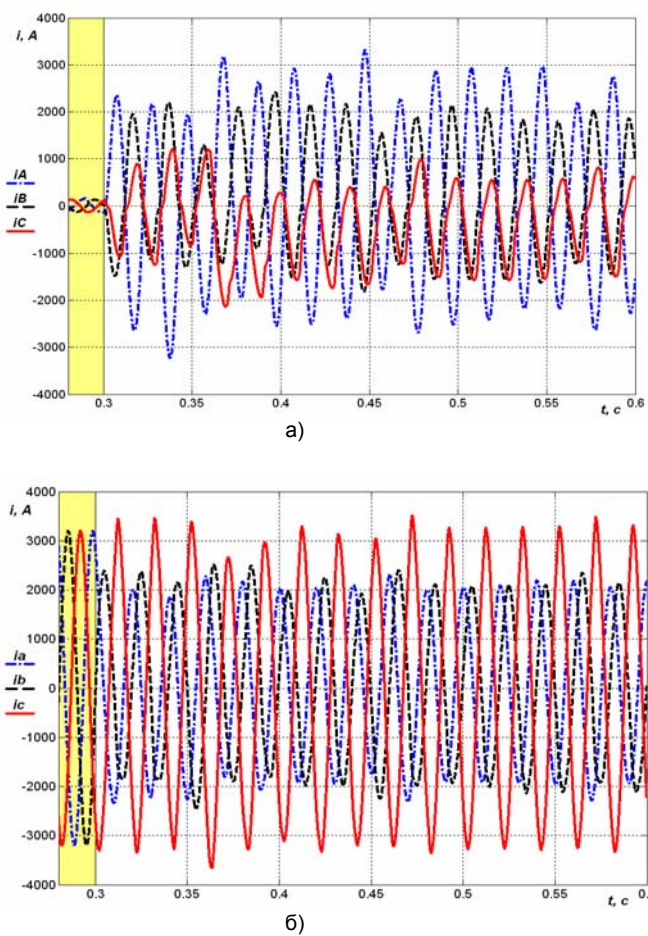


Рис. 7. Графики расчетных токов ТМ-1600/10 при аварийном режиме появления виткового КЗ во вторичной обмотке: а – токи в первичной обмотке; б – токи во вторичной обмотке.

Список литературы

1. Тихонов А.И. Библиотека конечно-элементного моделирования магнитного поля. – М.: ВНИИЦ, 2006. – №50200600161.
2. Технология численного исследования электрических машин с использованием библиотеки конечно-элементного моделирования магнитного поля / А.И. Тихонов, С.Ю. Кучеров, И.М. Лашманов и др. // Вестник ИГЭУ. – 2006. – Вып. 3. – С. 5–8.

3. **Климов Д.А., Попов Г.В., Тихонов А.И.** Методы автоматизированного моделирования динамических режимов трансформаторов. – Иваново, 2006.

4. **Попов Г.В., Тихонов А.И., Климов Д.А.** Компьютерная система имитации динамических процессов в силовых трансформаторах // Электро. – 2004. – № 2.

Тихонов Андрей Ильич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики,
e-mail: admin@fizika.ispu.ru

Попов Геннадий Васильевич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры безопасности жизнедеятельности,
телефон (4932) 26-99-39,
e-mail: popov@bid.ispu.ru

Климов Дмитрий Александрович,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
ассистент кафедры безопасности жизнедеятельности
телефон (4932) 26-99-39,
e-mail: popov@bid.ispu.ru

5. **Климов Д.А., Попов Г.В., Тихонов А.И.** Диагностирование силовых трансформаторов на основе системы имитации динамических режимов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2007. – № 1.