© «Вестник ИГЭУ» Вып. 4 2007 г.

УДК 681.3

ОЦЕНКА СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ СИГНАЛАМ, РЕГИСТРИРУЕМЫМ ПТК АСУТП (на примере оценки расходной характеристики регулирующего органа)

ТАЛАМАНОВ С.А., д-р техн. наук, АГАФОНОВА Н.А., канд. техн. наук, НАУМОВ Ю.В., асп.

Рассматривается задача построения статистической математической модели регулирующего органа с учетом влияния случайных процессов эксплуатационных возмущений.

Ключевые слова: статистическая математическая модель, случайные процессы эксплуатационных возмущений, аппроксимация оценок средних характеристик, доверительный интервал.

CONTROL OBJECT STATIC CHARACTERISTIC EVALUATION ACCORDING TO EXPERIMENTAL SIGNALS, REGISTERED WITH PTC HPACS

S.A. TALAMANOV, Ph.D., N.A. AGAFONOVA, Ph.D., Yu.V. NAUMOV, postgraduate

This paper is devoted to the problem of regulatory body static mathematical model construction regarding to operating agitation random processes influence.

Key words: static mathematical model, operating agitation random processes, evaluation approximation of mean characteristic, confidence interval.

Введение. В настоящее время актуальной является проблема диагностирования и повышения качества функционирования автоматических систем регулирования (АСР) с использованием новых методик и инструментальных средств, адаптированных к условиям АСУТП на базе программно-технических комплексов сетевой организации [1].

Возможность цифровой регистрации сигналов АСР позволяет получать в качестве исходных данных тренды основных сигналов, используемых при решении рассматриваемой группы задач.

Результаты рассматриваемой ниже задачи построения статистической математической модели регулирующего органа с учетом влияния случайных процессов эксплуатационных возмущений могут войти в состав программного обеспечения идентификации, параметрического синтеза и контроля качества функционирования АСР для отдельной рабочей станции в составе АСУТП [2].

Постановка задачи. Задача расчета аппроксимирующих оценок статических характеристик регулирующих клапанов (РК) по экспериментальным сигналам расхода среды и указателя положения РО включает в себя несколько этапов:

1. Предварительная обработка экспериментального сигнала расхода в целях получения выборочных реализаций, соответствующих статическому режиму измерения.
2. Получение оценок средней характеристики расхода с учетом направления движения РО путем применения взвешенного усреднения.
3. Аппроксимация полученных оценок средних характеристик расхода с помощью линейной регрессии (получение линейной модели статической характеристики).
4. Проверка качества аппроксимации, т.е. адекватности полученной линейной модели.

Предварительная обработка экспериментальных сигналов. Основными исходными данными для расчетов служат:

- $\mu(t)$ – массив значений положения РО (принимает дискретное множество значений $0 \div 100\%$);
- $\Delta\mu$ – «дребезг» сигнала значений $\mu(t)$ (фиксированное число $0{,}1 - 5\%$);
- G(t) – массив значений расхода среды m/ч (квантованный по времени);
- $R_1(t), \ldots, R_n(t)$ – режимные параметры, влияющие на расход среды;
- $\Delta P(t)$ – перепад давления в системе;
- T_n – время переходного процесса в системе.

В рабочих условиях измерения присутствуют различного рода детерминированные и случайные возмущения, накладывающиеся на измеряемую величину. Поэтому результат измерения расхода среды G(t) можно представить как случайную функцию истинного значения измеряемой величины G*(t):

$$G(t) = G^*(t) + \overset{\circ}{\lambda}(t) + \gamma_{кв} + \gamma_c,$$

где $\overset{\circ}{\lambda}(t)$ – центрированная случайная составляющая; $\gamma_{кв}$ – погрешность квантования сигнала; γ_c – систематическая погрешность результата измерения.

Аналогично массив значений положений РО можно представить в виде

$$\mu(t) = \mu^*(t) + \overset{\circ}{\eta}(t) + \varepsilon_c,$$

где $\mu^*(t)$ – истинное значение положения РО; $\overset{\circ}{\eta}(t)$ – центрированная случайная составляющая; ε_c – систематическая погрешность измерения.

Для получения статической характеристики РК необходимо выделить статические режимы измерения расхода G(t).

Согласно [3], статический режим измерения характеризуется функциональным преобразованием измеряемой величины в результат измерения (инерционные свойства объекта считаются пренебрежительно малыми).

Будем считать, что на измеряемую величину G(t) действует аддитивное возмущение $\overset{\circ}{\lambda}(t)$, являющееся центрированной стационарной случайной функцией.

В [3] показано, что интервал корреляции случайной погрешности квантования $\gamma_{кв}$ много меньше, чем интервал корреляции случайного возмущения $\overset{\circ}{\lambda}(t)$. Следовательно, можно считать, что случайная погрешность квантования $\gamma_{кв}$ не коррелирована с аддитивной случайной погрешностью $\overset{\circ}{\lambda}(t)$.

Для получения выборочных реализаций расхода, соответствующих статическому режиму измерения, необходимо учесть следующие ограничения:

– на время переходного процесса T_n;

– установившееся значение положения пускового клапана;

– фиксированный перепад давления ΔP;

– режимные ограничения $R_1(t),\ldots, R_n(t)$.

Для каждого установившегося положения РО μ_i из экспериментального массива G(t) вырезаются выборки, удовлетворяющие указанным ограничениям. При этом фиксируются:

1) направление изменения сигнала указателя положения РО («+» – открытие, «–» – закрытие);

2) длина соответствующего промежутка времени $T_{ij} = T_{ij}^{уст} - T_n$ ($T_{ij}^{уст} >> T_n$);

3) величина $\Delta\mu$ дребезга РО. Если $\mu_{i+1} \in (\mu_i - \Delta\mu, \mu_i + \Delta\mu)$, то выборочные данные расхода присоединяются к предыдущим данным (для значения μ_i) (см. рисунок);

4) r_i – количество выборок, соответствующих положению μ_i РО.

Таким образом, для каждого установившегося положения μ_i РО получим семейства выборочных $\mu(t)$ реализаций $\left\{y_{ij}^{+}(t)\right\}_{j=1,\ldots,r_i}$ и $\left\{y_{ij}^{-}(t)\right\}_{j=1,\ldots,l_i}$.

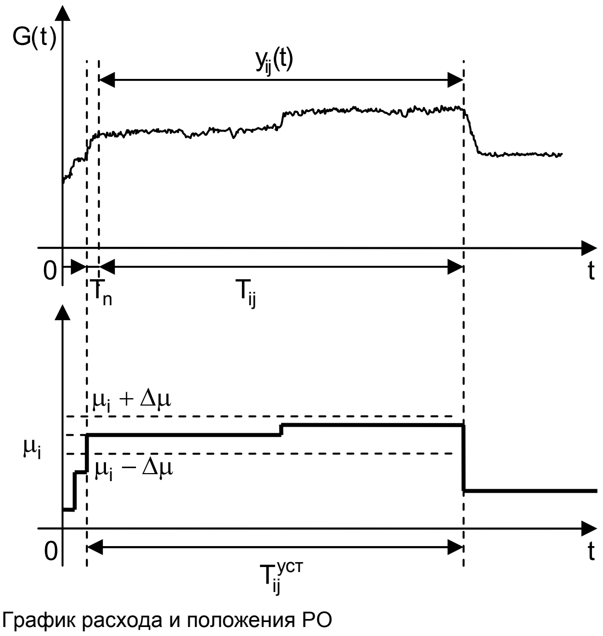

График расхода и положения РО

Упорядочив значения μ_i по возрастанию, получим следующие наборы данных, необходимые для дальнейших расчетов:

$$Y^{+}(\mu): \mu_i \to \left\{y_{ij}^{+}(t)\right\}_{j=1,\ldots,r_i}, \quad i = 1,\ldots,k;$$

$$Y^{-}(\mu): \mu_i \to \left\{y_{ij}^{-}(t)\right\}_{j=1,\ldots,l_i}, \quad i = 1,\ldots,m.$$

Получение оценок средней характеристики расхода. Известно [4], что наилучшей оценкой объединения отдельных результатов независимых измерений одной и той же физической величины является взвешенное среднее этих измерений.

Если все измерения считать равно точными (с одинаковой точностью), то наиболее вероятное значение определяемой величины есть среднее арифметическое $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$. В этом случае все веса равны единице.

При измерениях с разной точностью ошибки наиболее вероятное значение измеряемой величины есть взвешенное среднее результатов измерений $\bar{y} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} g_i}\sum_{i=1}^{n} g_i y_i$.

Оценка $\bar{y}$ является линейной функцией случайных величин y_i, следовательно, по основной гипотезе о законе распределения случайных ошибок, она подчиняется нормальному закону распределения.

При соблюдении условия $\sum_{i=1}^{n} g_i = 1$ средняя квадратическая ошибка $\sigma(\bar{y})$ взвешенного среднего равна средней квадратической ошибке на единицу веса.

В качестве весов рекомендуется [5] выбирать

$$g_i = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} \sigma_k}} \text{ или } g_i = \frac{\sigma_i^2}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} \sigma_k^2}}.$$

Таким образом, для каждой реализации $y_{ij}(t)$ из семейств $Y^{+}(\mu)$ и $Y^{-}(\mu)$ находим оценки:

– среднего значения $\overline{y_{ij}} = \frac{1}{N_j}\sum_{k=1}^{N_j} y_{ij}(t_k)$;

– выборочной дисперсии

$$\overline{\sigma_{ij}}^2 = \frac{1}{N_j}\sum_{k=1}^{N_j} (y_{ij}(t_k) - \overline{y_{ij}})^2;$$

– исправленной выборочной дисперсии

$$\overline{S_{ij}}^2 = \frac{N_j}{N_j - 1}\overline{\sigma_{ij}}^2;$$

– среднеквадратичного отклонения $\overline{\sigma_{ij}} = \sqrt{\overline{\sigma_{ij}}^2}$.

Оценки $\overline{\sigma_{ij}}$ являются случайными величинами, что является признаком неравноточности измерений.

Для учета длины промежутка времени T_{ij}, соответствующего установившемуся положению μ_i РО, можно ввести веса следующим образом: $\varphi_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_{k=1}^{r_i} T_{ik}}$.

Для каждого значения μ_i РО находим взвешенное среднее по множеству реализаций:

$$\overline{Y}^{+}(\mu_i) = \sum_{j=1}^{r_i} \varphi_{ij} \overline{y_{ij}}^{+}, \quad i = 1,\dots,n;$$

$$\overline{Y}^{-}(\mu_i) = \sum_{j=1}^{l_i} \varphi_{ij} \overline{y_{ij}}^{-}, \quad i = 1,\dots,m.$$

В результате получим два массива средних значений расхода в зависимости от положения РО, которые являются случайными функциями дискретного аргумента:

$$\overline{Y}^{+}(\mu) = G^{+}(\mu) + \overset{\circ}{\nu}{}^{+};$$

$$\overline{Y}^{-}(\mu) = G^{-}(\mu) + \overset{\circ}{\nu}{}^{-},$$

где $G^{+}(\mu)$ – статическая характеристика РК при открытии; $G^{-}(\mu)$ – статическая характеристика РК при закрытии; $\overset{\circ}{\nu}{}^{+}, \overset{\circ}{\nu}{}^{-}$ – центрированные случайные составляющие ошибки, причем $M\left[\overset{\circ}{\nu}\right] = 0$, $D\left[\overset{\circ}{\nu}\right] = \sigma^2$ (в силу предположения о стационарности случайной составляющей ошибки).

Считая выборочные реализации $y_{ij}(t)$ независимыми, получаем формулу для расчета среднеквадратичного отклонения величин $\overline{Y}(\mu_i)$:

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{r_i} (\varphi_{ij} \overline{\sigma_{ij}})^2}.$$

Так как $M[G(t)] = G^{*}(t) + \gamma_c$, где γ_c – систематическая ошибка, а $M\left[\overline{Y}^{+}(\mu)\right] = G^{+}(\mu)$, то статическая характеристика содержит систематическую ошибку измерения исходного массива.

Аппроксимация оценок средних характеристик. Рассмотрим модель $\overline{Y}^{+}(\mu) = G^{+}(\mu) + \overset{\circ}{\nu}{}^{+}$. Для удобства в дальнейшем «+» опустим.

Будем предполагать, что искомая статическая характеристика является гладкой функцией. Функцию $G_a(\mu)$, аппроксимирующую $G(\mu)$, будем искать в виде

$$G_a(\mu) = \sum_{k=0}^{m-1} \beta_k f_k(\mu),$$

где $\{\beta_k\}$ – вектор неизвестных параметров; $\{f_k(\mu)\}$ – вектор базисных функций (определенных заранее); m – число неизвестных параметров.

Обозначим:

$Y = (\overline{Y}_1,\dots,\overline{Y}_n)^T$ – вектор выборочных средних;

$$F = \begin{pmatrix} f_0(\mu_1) & f_1(\mu_1) & \dots & f_{m-1}(\mu_1) \\ f_0(\mu_2) & f_1(\mu_2) & \dots & f_{m-1}(\mu_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_0(\mu_n) & f_1(\mu_n) & \dots & f_{m-1}(\mu_n) \end{pmatrix}$$ – матрица базисных функций;

$\overline{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{m-1})^T$ – вектор неизвестных параметров;

$\overline{\nu} = \left(\overset{\circ}{\nu}_0, \overset{\circ}{\nu}_1, \dots, \overset{\circ}{\nu}_{m-1}\right)^T$ – вектор ошибок.

По критерию метода наименьших квадратов (МНК) получим

$$\overline{Y}(\mu) = \sum_{k=0}^{m-1} \beta_k f_k(\mu) + \overset{\circ}{\nu}{}^{+}. \qquad (1)$$

Если формулу (1) рассмотреть в узлах $\{\mu_i\}_{i=\overline{1,n}}$, то получим следующую систему:

$$Y = F\overline{\beta} + \overline{\nu}. \qquad (2)$$

Согласно [6], если $M = F^T F$ невырожденная матрица, то несмещенной эффективной оценкой в классе всех линейных оценок для параметра $\overline{\beta}$ в линейной регрессионной модели (2) является МНК-оценка, определенная матричным равенством

$$\hat{\beta} = \left(F^T F\right)^{-1} F^T Y.$$

Тогда оценка среднего значения расхода $\overline{Y}(\mu)$ будет следующей:

$$\hat{G}_a(\mu) = \sum_{k=0}^{m-1} \hat{\beta}_k f_k(\mu).$$

Для каждого значения μ_i РО имеем матрицу оценок

$$\hat{G}_a(\mu_i) = \sum_{k=0}^{m-1} \hat{\beta}_k f_k(\mu_i).$$

Дисперсия оценки среднего значения $\hat{G}_a(\mu)$ в каждой точке μ_i определяется по формуле

$$D\left[\hat{G}_a(\mu_i)\right] = \sigma_Y^2 f^T(\mu_i) \cdot C \cdot f(\mu_i),$$

где $f(\mu_i) = \left(f_0(\mu_i), f_1(\mu_i), \dots, f_{m-1}(\mu_i)\right)^T$; $C = \left(F^T F\right)^{-1}$ – дисперсионная матрица Фишера; σ_Y^2 – дисперсия выборочных средних Y.

Выразим $\overline{\nu}$ из формулы (2):

$$\overline{\nu} = Y - F\hat{\beta}.$$

Если выполнены предположения МНК и rang(F) = m, то несмещенная оценка для дисперсии σ_Y^2 определяется по формуле

$$S_Y^2 = \frac{1}{n-m}\left(Y - F\hat{\beta}\right)^T \left(Y - F\hat{\beta}\right) = \frac{\overline{\nu}^T \overline{\nu}}{n-m}. \qquad (3)$$

Однако формула (3) верна лишь в том случае, когда есть основание считать, что выбранная линейная регрессионная модель (2) является верной, т.е. $M[Y] = F\hat{\beta}$. В противном случае в остаточную сумму квадратов кроме случайных ошибок входят и систематические.

Аппроксимация оценок средних характеристик расхода линейной моделью. Пусть для модели $\overline{Y}(\mu) = G(\mu) + \overset{\circ}{\nu}$ статическая характеристика $G(\mu)$ РК имеет вид линейной регрессии

$$G(\mu) = \beta_0 + \beta_1 \mu$$

с параметрами β_0 и β_1, $D\left[\overset{\circ}{\nu}\right] = \sigma^2$.

МНК-оценки параметров имеют следующий вид:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2 \sum_{i=1}^{n}\overline{Y}_i - \sum_{i=1}^{n}\mu_i \sum_{i=1}^{n}\mu_i \overline{Y}_i}{n\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i\right)^2};$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\mu_i \overline{Y}_i - \sum_{i=1}^{n}\mu_i \sum_{i=1}^{n}\overline{Y}_i}{n\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i\right)^2}.$$

Таким образом, $\hat{G}(\mu) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \mu$. Точность полученных оценок определяется по формулам [6]:

$$D\left[\hat{\beta}_0\right] = \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^{n}\mu_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(\mu_i - \overline{\mu})^2};$$

$$D\left[\hat{\beta}_1\right] = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(\mu_i - \overline{\mu})^2};$$

$$\operatorname{cov}\left[\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1\right] = -\frac{\sigma^2 \overline{\mu}}{\sum_{i=1}^{n}(\mu_i - \overline{\mu})^2},$$

где $\overline{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\mu_k$.

Проверка адекватности построенной модели. Линейную регрессионную модель (2) называют адекватной, если предсказанные по ней значения Y согласуются с результатами наблюдений.

В основе процедуры проверки адекватности построенной модели лежат предположения о том, что случайные ошибки $\overset{\circ}{\nu}$ являются независимыми, нормально распределенными с $M\left[\overset{\circ}{\nu}\right] = 0$ и одинаковыми дисперсиями σ^2.

Рассмотрим сумму квадратов, которая служит мерой неадекватности построенной модели:

$$Q_n = \sum_{i=1}^{n} r_i(\overline{y}_i - \hat{y}(\mu_i))^2,$$

где r_i – число повторных наблюдений для μ_i; $\sum_{i=1}^{n} r_i = N$ – объем выборки; $\overline{y}_i$ – среднее значение на интервале; $\hat{y}(\mu_i) = \hat{G}(\mu_i)$ – найденная МНК-оценка регрессионной модели.

Гипотеза H_0: $M[Y] = F\hat{\beta}$ проверяется по критерию Фишера.

Построение доверительных интервалов. Для полученной регрессионной модели $\hat{G}(\mu) = \sum_{k=0}^{m-1}\hat{\beta}_k f_k(\mu)$ необходимо построить доверительный интервал в каждой точке μ_i.

Оценки $\hat{\beta}_k$ имеют нормальный закон распределения, следовательно, оценка $\hat{G}(\mu)$ также распределена нормально с параметрами:

$$M\left[\hat{G}(\mu)\right] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i,$$

$$D\left[\hat{G}(\mu)\right] = \sigma_Y^2 f^T(\mu) \cdot C \cdot f(\mu).$$

При заданной доверительной вероятности $\gamma = 1 - \alpha$ границы доверительного интервала в каждой точке μ_i определяются по формуле

$$\hat{G}(\mu_i) \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-m)\sigma_Y \sqrt{f^T(\mu) \cdot C \cdot f(\mu)},$$

где $C = \left(F^T F\right)^{-1}$ – дисперсионная матрица Фишера; $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-m)$ – квантиль распределения Стьюдента с (n – m) степенями свободы.

В случае линейной регрессии $\hat{G}(\mu) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \mu$ границы доверительного интервала имеют вид

$$\hat{G}(\mu_i) \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2)\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\mu_i - \overline{\mu})^2}{\sum_{i=1}^{n}(\mu_i - \overline{\mu})^2}}.$$

Список литературы

1. Таламанов С.А. Концепция построения станции контроля качества автоматического регулирования и автоматизации настройки АСР в составе АСУТП тепловых электростанций: Сб. докл. IV Всероссийск. науч. конф. «Управление и информационные технологии»10–12 октября 2006 г. – СПб., 2006. – С.196–201.

2. Таламнов С.А., Харитонов И.Е. Решения задач контроля и диагностирования АСР в составе АСУТП энергоблоков ТЭС: Мат-лы IV Российск. науч.-практ. конф. «Повышение эффективности теплоэнергетического оборудования» 18–19 нояб. 2005 г. / Под ред. А.В. Мошкарина; Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2005. – С.146–150.

3. Назаров Н.Г. Метрология. Основные понятия и математические модели. – М.: Высш. шк., 2002.

4. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985.

5. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1992.

6. Математическая статистика: Учебник для вузов / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др.; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. 2-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.

Таламанов Сергей Александрович,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, доцент кафедры систем управления,
телефон (4932) 26-97-58,
e-mail: talamanov@su.ispu.ru

Агафонова Надежда Александровна,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики,
телефон (4932) 26-97-62
e-mail: higher@math.ispu.ru

Наумов Юрий Владимирович,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры систем управления,
телефон (4932) 26-97-58,
e-mail: kafsu@su.ispu.ru