

ОСНОВЫ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ УСТРОЙСТВАМИ

КОРОЛЕВ А.Н., канд. техн. наук, МАРТЫНОВ В.А., д-р техн. наук

Предлагается новый подход к анализу динамики электроэнергетических систем, содержащих нелинейные электромеханические компоненты (генераторы, электродвигатели, трансформаторы и др.). Основой подхода является представление электрических и магнитных составляющих по методу переменных состояния единой системой дифференциальных уравнений в матричной форме.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, метод зубцовых контуров, метод переменных состояния.

THE BASICS OF ELECTRO POWER SYSTEMS WITH NONLINEAR ELECTRO MECHANICAL DEVICES DYNAMICS CALCULATION PROCEDURES

KOROLYOV A.N., Ph.D., MARTYNOV V.A., Ph.D.

The article deals with the new approach to electro power system dynamics analysis containing nonlinear electro mechanical components (generators, engines, transformers, etc.). The approach basis is the concept when electrical and magnetic components are in the united system of differential equations in matrix form according to variable condition method.

Key words: electro power systems, tooth outline method, variable condition method.

Расчёт динамики электроэнергетических систем является наиболее важным и ответственным этапом их проектирования и наладки. Различные виды переключений в электрических сетях, а также аварийные ситуации вызывают переходные процессы, оказывающие существенное влияние на надёжность работы защиты и энергетических систем в целом. Поэтому методике расчёта переходных процессов в электроэнергетических системах придаётся столь большое значение.

Методы расчёта переходных процессов в нелинейных электрических цепях разработаны достаточно хорошо и широко используются при анализе динамики электроэнергетических систем. Однако многие их компоненты нелинейны. Так, генераторы, электродвигатели различного назначения, силовые трансформаторы и автотрансформаторы имеют магнитную цепь с нелинейной кривой намагничивания. Учёт этого фактора во многих случаях носит частный характер. Поэтому разработка универсальной методики расчёта динамики электроэнергетических систем, содержащих устройства с нелинейной магнитной цепью, актуальна.

Концептуальные положения предлагаемой универсальной методики расчёта нелинейных электроэнергетических систем следующие:

- моделирование электромагнитного поля электрических машин и трансформаторов с помощью взаимосвязанных магнитных цепей;
- совмещение математических моделей электрических и магнитных цепей через связь токов и потокосцеплений электромеханических устройств;
- использование современного метода переменных состояния, позволяющего решать системы нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка.

Одним из наиболее эффективных численных методов анализа электромеханических устройств является метод зубцовых контуров [1]. Он базируется на том, что непрерывное пространство рабочей области магнитной цепи представляется состоящим из элементарных объёмов, имеющих связь между векторами индукции и напряжённости магнитного поля. При этом каждый из объёмов может быть представлен схемой

замещения [2]. Для примера на рис. 1 показана укрупненная схема замещения магнитной цепи явнополюсной синхронной машины. МДС ветвей схемы замещения обусловлены токами трехфазной обмотки статора, токами короткозамкнутой демпферной обмотки, расположенной в полюсных наконечниках, и токами обмотки возбуждения.

Проводимости взаимной индукции между зубцами статора и ротора рассчитываются при различных взаимных положениях сердечников аналитическими или численными методами [1]. По результатам расчета строятся кривые зависимостей этих проводимостей от угла поворота ротора $\Lambda(\alpha)$ с учетом скоса пазов. Полученные кривые аппроксимируются тем или иным способом, например, кубическими сплайнами. Вебер-амперные характеристики каждого нелинейного элемента $\Phi_k(U_{mk})$ также рассчитываются заранее [1, 2] и считаются известными.

Представим каждую k -ю ветвь схемы замещения электрической машины в виде обобщенной ветви, образованной последовательным соединением нелинейного элемента и источника МДС F_k (рис. 2,а), при этом Φ_k, U_{mk} – поток и падение магнитного напряжения на k -м элементе; U_k – магнитное напряжение на обобщенной ветви.

При кусочно-линейной аппроксимации зависимости $\Phi_k(U_{mk})$ справедливо соотношение (рис. 2,б)

$$\Phi_k = \Lambda_k U_{mk} + J_k, \quad (1)$$

где Λ_k – дифференциальная проводимость k -й ветви; J_k – управляемый напряжением U_{mk} источник магнитного потока.

Так как напряжение $U_{mk} = U_k + F_k$, то уравнение (1) можно записать как

$$\Phi_k = \Lambda_k U_k + \Lambda_k F_k + J_k. \quad (2)$$

Уравнению (2) соответствует схема замещения k -й ветви, приведенная на рис. 2, в.

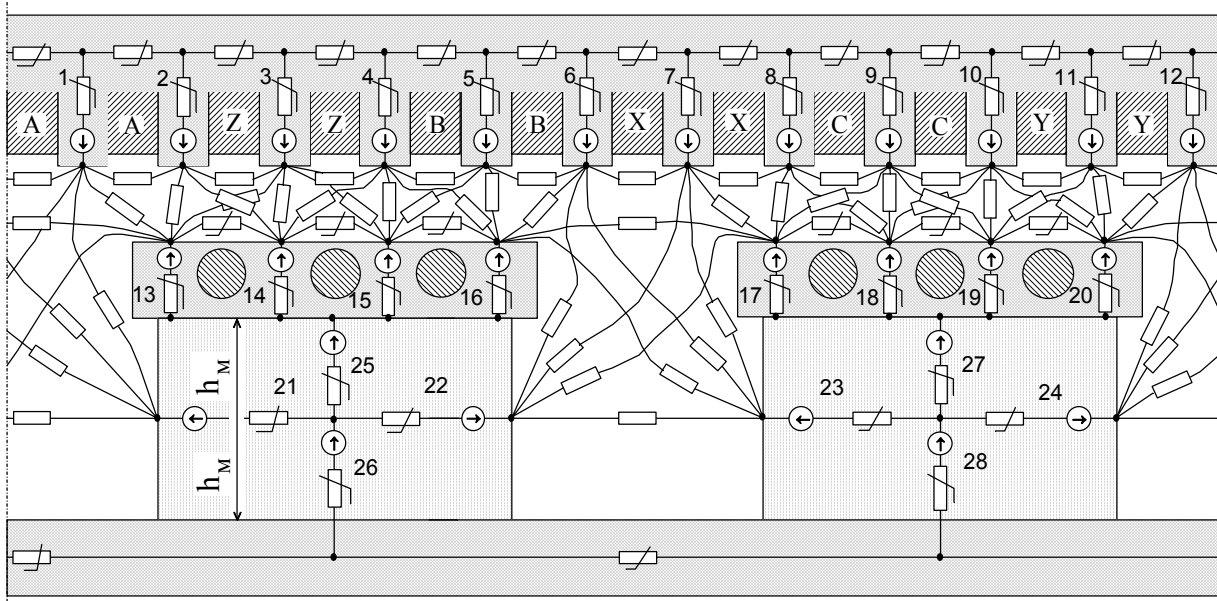


Рис. 1. Схема замещения магнитной цепи явнополюсной синхронной машины

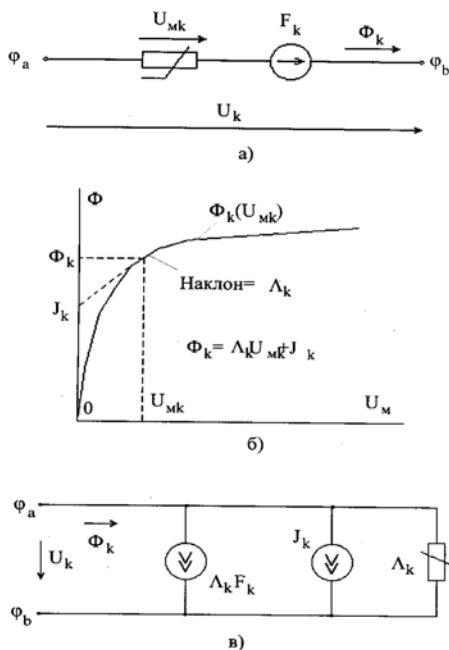


Рис. 2. Обобщенная ветвь схемы замещения элемента магнитной цепи (а,в) и его вебер-амперная характеристика (б)

Переходя к матричной форме записи уравнений для l ветвей схемы замещения магнитной цепи, получим

$$[\Phi] = [\Lambda][U] + [\Lambda][F] + [J]. \quad (3)$$

Величины МДС ветвей схемы замещения магнитной цепи $[F]$ могут быть выражены [2] через значения токов ветвей электрической цепи $[i_B]$ с помощью сингулярной матрицы преобразования $[C]$:

$$[F] = [C][i_B]. \quad (4)$$

Потокоцепления ветвей электрической цепи определяются выражением

$$[\Psi_B] = [C]^T [\Phi] + [L_L][i_B], \quad (5)$$

где элементами матрицы $[L_L]$ являются само- и взаимоиנדуктивности лобового рассеяния.

С учетом (3) и (4) выражение (5) можно записать в виде

$$[\Psi_B] = [L_M][i_B] + [C]^T ([\Lambda][U] + [J]), \quad (6)$$

$$\text{где } [L_M] = [C]^T [\Lambda][C] + [L_L]. \quad (7)$$

Напряжения ветвей электрической машины u_B в соответствии со вторым законом Кирхгофа определяются матричным выражением

$$[u_B] = \frac{d[\Psi_B]}{dt} + [R_B][i_B] = [u_E] + [R_B][i_B], \quad (8)$$

где $[R_B]$ – диагональная матрица активных сопротивлений ветвей машины; $[u_E] = \frac{d[\Psi_B]}{dt}$ – напряжения ветвей, обусловленные ЭДС само- и взаимоиנדукции.

При кусочно-линейной аппроксимации вебер-амперных характеристик нелинейных элементов магнитной цепи элементы матриц $[\Lambda]$ и $[J]$ являются постоянными при малых изменениях токов ветвей $d[i_B]$, поэтому

$$[u_E] = [L_M] \frac{d[i_B]}{dt} + [C]^T [\Lambda] \frac{d[U]}{dt}. \quad (9)$$

Выразим магнитные напряжения $[U]$ на обобщенных ветвях схемы замещения магнитной цепи через токи $[i_B]$ электрической цепи. Для этого используем уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа для схемы замещения магнитной цепи, и, введя обозначения

$$[\Lambda_U] = [A][\Lambda][A]^T;$$

$$[L_B] = [L_M] - [C]^T [\Lambda][A]^T [\Lambda_U]^{-1} [A][\Lambda][C],$$

где $[A]$ – редуцированная матрица инциденций [3], окончательно получим

$$[u_E] = [L_B] \frac{d[i_B]}{dt}. \quad (10)$$

Выражение (10) по виду ничем не отличается от уравнения связи между током и напряжением на идеальных линейных индуктивностях схемы замещения электрической цепи [3]. При этом элементы матрицы $[L_B]$ имеют размерность индуктивностей, зависят от токов ветвей $[i_B]$ и определяются решением системы уравнений для магнитной цепи.

При анализе переходных процессов в электроэнергетических цепях с нелинейными электромеханическими устройствами известными являются параметры расчетной схемы замещения линейной электрической цепи, связанной с этими устройствами.

В зависимости от схемы соединения ветвей части индуктивных катушек электрической схемы замещения нелинейного электромеханического устройства может войти в дерево графа, а часть будет относиться к связям. Обозначим индексом «I» все, что относится к дереву графа, а индексом «S» все, что относится к дополняющему подграфу (связям). Тогда уравнение (10) можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} u_{EI} \\ u_{ES} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{BII} & L_{BIS} \\ L_{BSI} & L_{BSS} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{BI} \\ i_{BS} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Для идеальных линейных индуктивностей схемы замещения электрической цепи уравнения связи между токами $[i_H]$ и напряжениями $[u_H]$ могут быть представлены следующим образом (с учетом возможных взаимоиндуктивных связей):

$$\begin{bmatrix} u_{HI} \\ u_{HS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{HII} & L_{HIS} \\ L_{HSI} & L_{HSS} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{HI} \\ i_{HS} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) можно объединить в одно:

$$\begin{bmatrix} u_{LI} \\ u_{LS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{II} & L_{IS} \\ L_{SI} & L_{SS} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{LI} \\ i_{LS} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} [u_{LI}] &= \begin{bmatrix} u_{BI} \\ u_{HI} \end{bmatrix}; [u_{LS}] = \begin{bmatrix} u_{BS} \\ u_{HS} \end{bmatrix}; [i_{LI}] = \begin{bmatrix} i_{BI} \\ i_{HI} \end{bmatrix}; [i_{LS}] = \begin{bmatrix} i_{BS} \\ i_{HS} \end{bmatrix}; \\ [L_{II}] &= \begin{bmatrix} L_{BII} & 0 \\ 0 & L_{HII} \end{bmatrix}; [L_{IS}] = \begin{bmatrix} L_{BIS} & 0 \\ 0 & L_{HIS} \end{bmatrix}; \\ [L_{SI}] &= \begin{bmatrix} L_{BSI} & 0 \\ 0 & L_{HSI} \end{bmatrix}; [L_{SS}] = \begin{bmatrix} L_{BSS} & 0 \\ 0 & L_{HSS} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом принятой нумерации ветвей матрицы-столбцы напряжений $[u]$ и токов $[i]$ всех ветвей (элементов) расчетной электрической схемы замещения можно представить состоящими из семи векторов:

$$\begin{aligned} [u] &= [u_{EI} \ u_{CI} \ u_{RI} \ u_{LI} \ u_{LS} \ u_{RS} \ u_{CS}]^T; \\ [i] &= [i_{EI} \ i_{CI} \ i_{RI} \ i_{LI} \ i_{LS} \ i_{RS} \ i_{CS}]^T. \end{aligned} \quad (15)$$

Для ветвей, содержащих конденсаторы, уравнение связи между токами и напряжениями запишется в виде

$$\begin{bmatrix} i_{CI} \\ i_{CS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_I & 0 \\ 0 & C_S \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_{CI} \\ u_{CS} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

Как известно [3], в методе переменных состояния инвариантную относительно времени расчетную схему представляют двумя уравнениями:

$$\dot{[x]} = [A_p][x] + [B_p][e]; \quad (17)$$

$$[y] = [C_p][x] + [D_p][e] + \left([D_{1p}][\dot{e}] + \dots \right), \quad (18)$$

где $[e]$ – матрица-столбец независимых источников ЭДС; $[y]$ – матрица-столбец искоемых напряжений и(или) токов ветвей; $[x]$ – матрица-столбец, содержащая независимые вспомогательные переменные; $[A_p]$, $[B_p]$, $[C_p]$, $[D_p]$, $[D_{1p}]$ – матрицы соответствующего размера, элементы которых определяются параметрами пассивных элементов расчетной схемы и должны быть известны на каждом шаге численного интегрирования (13).

Если в качестве переменных состояния $[x]$ принять

$$[x] = \begin{bmatrix} u_{CI} \\ i_{LS} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

то получение матриц $[A_p]$, $[B_p]$, $[C_p]$, $[D_p]$, $[D_{1p}]$ легко может быть автоматизировано по алгоритмам, приведенным в [3] для линейных схем. В нашем случае из-за нелинейности магнитной цепи электрической машины элементы матриц $[\Lambda]$, $[J]$ и $[L_B]$ (10) зависят от токов ветвей $[i_B]$ и их нужно определять на каждом шаге численного интегрирования уравнения (17).

При учете перемещения ротора относительно статора в (17) войдут дополнительно два уравнения динамики:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}(M_{\mathcal{E}} - M_M); \quad \frac{d\alpha}{dt} = \Omega, \quad (20)$$

где Ω – угловая частота вращения ротора; J – приведенный момент инерции ротора с учетом приводных механизмов; $M_{\mathcal{E}}$ и M_M – соответственно электромагнитный и механический моменты, приложенные к валу ротора; α – угол поворота ротора относительно статора.

При этом к элементам матрицы-столбца переменных состояния $[x]$ добавятся еще две переменные: Ω и α , т.е.

$$[x] = \begin{bmatrix} u_{CI} \\ i_{LS} \\ \Omega \\ \alpha \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Решение дифференциальных уравнений производится при известных начальных условиях

$$[x(0)] = \begin{bmatrix} u_{CI}(0) \\ i_{LS}(0) \\ \Omega(0) \\ \alpha(0) \end{bmatrix},$$

которые могут быть приняты нулевыми при подключении машины к сети. Кроме того, на каждом шаге численного интегрирования в текущий момент времени t при вычислении правых частей уравнения (17) с учетом (20) переменные $[x(t)]$

являются известными и, следовательно, можно считать известными токи ветвей машины $[i_B]$ и угол поворота ротора α . Тогда элементы матриц $[A]$, $[J]$ и $[L_B]$ легко можно найти из решения нелинейного уравнения (3) кусочно-линейным методом Ньютона-Рафсона [2, 3]. Мгновенное значение электромагнитного момента M_{Σ} , входящее в уравнение (20), определяется после расчета магнитной цепи по формулам, приведенным в [1, 2].

Предложенные основы расчёта переходных процессов в электроэнергетических системах позволяют анализировать их с учётом нелинейности характеристик электромеханических устройств, входящих в со-

став этих систем, и тем самым иметь более точное представление об их динамике.

Список литературы

1. **Универсальный** метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах / А.В. Иванов-Смоленский, Ю.В. Абрамкин, А.И. Власов, В.А. Кузнецов; Под ред. А.В. Иванова-Смоленского. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 217 с.

2. **Мартынов В.А.** Современные модели и методы расчета нелинейных электромеханических устройств. – Иваново, 2000. – 140 с.

3. **Чуа Л.О., Лин Пен-Мин.** Машинный анализ электронных схем: алгоритмы и вычислительные методы; Пер. с англ. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.

Королев Анатолий Николаевич,

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологий,
телефон (4932) 26-99-03,
e-mail: zav@toe.ispu.ru

Мартынов Владимир Александрович,

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой теоретических основ электротехники и электротехнологий,
телефон (4932) 26-99-08,
e-mail: zav@toe.ispu.ru